2. házi feladat (2009 nov.)

1. Adja meg az

$$\mathbf{r}(u,v) = a\sin u\cos v\mathbf{i} + a\sin u\sin v\mathbf{j} + a\cos u\mathbf{k}, \quad 0 \le u \le \frac{\pi}{2},\ 0 \le v \le \frac{\pi}{2}$$

gömbfelületrésznek azt a pontját, amelyhez tartozó érintősík a koordinátasíkokkal a legkisebb térfogatú tetraédert alkotja.

2. Számítsa ki az

$$\mathbf{r}(u,v) = (a+b\cos u)\cos v\mathbf{i} + (a+b\cos u)\sin v\mathbf{j} + b\sin u\mathbf{k},\ (a > b > 0), \quad 0 \le u \le 2\pi, 0 \le v \le 2\pi$$

egyenletű tórusz felszínét!

3. Számítsa ki a gömbfelület tetszőleges pontjában az $\frac{\dot{u}}{\dot{v}} = \lambda$ hányadossal jellemzett érintőirányú normálmetszetének és a $\varphi < \frac{\pi}{2}$ szöggel definiált ferde metszetének a görbületét. Vesse össze az eredményt az elemi geometriai számítás eredményével!

4. Forgassa meg az $x = a\sin u$, $y = 0$, $z = a(\ln \operatorname{tg}\frac{u}{2} + \cos u)$ egyenletrendszerű traktrixot a z tengely körül, és számítsa ki az így keletkező pszeudoszféra szorzatgörbületét a felület tetszőleges pontjában.