

Első beadandó

2009. október 6.

1. Igazoljuk, hogy az egységgömböt tartalmazó tetraéder valamelyik magassága legalább 4.
2. Adott egy gömb és a gömbön belül egy rögzített P pont. A ponton át három síkot fektetünk, ezek közül kettő-kettő merőleges egymásra. E három sík a gömb három körét határozza meg. Bizonyítsuk be, hogy e három kör területének összege állandó.
3. Bizonyítsuk be, hogy ha a szabályos tetraéder három csúcsát a negyedik csúcsból kiinduló magasság felezőpontjával összekötjük, akkor három egymásra merőleges egyenest kapunk.
4. Valaki azt javasolja, hogy verjenek a jelenlegieken kívül háromforintos pénzdarabokat is. Javaslatát azzal az állítással támasztja alá, hogy pusztán 3 és 5 forintosokkal bármekkora pénzösszeg kifizethető visszaadás nélkül, ha az egészszámú forintból áll és az 7 Ft-nál több. Igaz-e az állítás?
5. Egy a tizes számrendszerben felírt négyjegyű számból kivonjuk azt a számot, amelyet az utolsó számjegy elhagyásával nyerünk, majd a különbséghez hozzáadjuk azt a két számot, amelyet az eredeti szám utolsó kettő, ill. utolsó három számjegyének elhagyásával kapunk. Az eredmény 1983. Melyik négyjegyű számból indultunk ki?
6. Jelölje meg egy 1983 oldalú szabályos sokszög minden csúcspontját két különböző szín valamelyikével! Bizonyítsa be, hogy van a csúcspontok között három olyan, amelyek azonos színűek és egy egyenlő szárú háromszög csúcspontjai! Igaz-e az állítás akkor, ha a szabályos sokszög 1984 oldalú?