

A1 vizsga

1) Ábrázolja a megadott egyenlőtlenséget kielégítő komplex számokat a Gauss-féle komplex számsíkon! (6 pont)

$$\operatorname{Im}(z^2) > 2$$

2) Számítsa ki a megadott sorozatok határértékeit! (3 + 3 pont)

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n-2}}{\sqrt{n+1}} \quad \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^2+1}$$

3) Állapítsa meg, hogy az $y = 2 \ln x$ és az $y = \ln^2 x$ görbéknek x_0 mely értékeire lesznek az x_0 -beli érintőik párhuzamosak! (6 pont)

4) Egy egységnyi sugarú körlemezéből mekkora szögű körcikket kell kivágnunk, hogy ezt összehajtva maximális térfogatú egyenes körkúpot (ld. fagyalttölcsér) kapjunk? (7 pont)

5) Az $y = \ln x$, $x \in [1; e]$ görbét megforgatjuk az x -tengely körül. Mekkora a keletkezett forgástest térfogata? (6 pont)

6) Számítsa ki az alábbi határozatlan integrálokat! (4 + 4 pont)

$$\text{a) } \int \frac{2x-3}{x^2+4x+8} dx \quad \text{b) } \int \frac{x+1}{(x-1)(x-2)} dx$$

7) A $t \in \mathbb{R}$ paraméter milyen értéke esetén lesz a megadott két vektor egymásra merőleges? (6 pont)

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ t \\ 2 \end{bmatrix}$$

Elmélet

a) Mondja ki a primitív függvény definícióját! (5 pont)

b) Mondja ki a lokális szélsőérték létezésének valamelyik elégséges feltételét! (5 pont)

c) Mondja ki a Bernoulli-egyenlőtlenséget, és ismertesse egy alkalmazását! (5 pont)