

Differenciálgeometria és numerikus módszerei

1. Házi feladat

1. A hengeres csavarvonal főnormálisaira egyenlő hosszúságú szakaszokat mérünk fel. Igazolja, hogy ezeknek a végpontjai szintén hengeres csavarvonalon vannak. Hogyan kell megválasztani a felmért szakasz hosszát, hogy a két csavarvonal ugyanarra a hengerre illeszkedjen?

2. Mutassa meg, hogy az $\mathbf{r}(t) = \mathbf{i}a \cos^3 t + \mathbf{j}a \sin^3 t$, $0 \leq t \leq 2\pi$ egyenletű asztroid gördülő mozgással keletkezik, és érintőinek a koordinátatengelyek közé eső darabja állandó hosszúságú.

Állapítsa meg, hogy mely pontjában van a görbületének szélsőértéke! Írja fel ebben a pontban a görbe Darboux vektorát!

3. Mutassa meg, hogy az $\mathbf{r}(t) = \mathbf{i}2t + \mathbf{j} \ln t + \mathbf{k}t^2$ egyenletű görbe érintői az $\mathbf{a}(0, 1, 1)$ vektorral állandó szöget alkotnak, és a görbület és torzió aránya állandó. (Az ilyen görbét általánosított csavarvonalnak nevezik, amely illeszkedik az \mathbf{a} alkotójú hengerfelületre.)

4. Írja fel az $\mathbf{r}(t) = \mathbf{i}t \cos t + \mathbf{j}t \sin t + \mathbf{k}t$ egyenletű kúpos csavarvonal $t = 0$ paraméterű pontjában a Frenet képleteket!

5. Bontsa fel az $\mathbf{r}(t) = \mathbf{i}t + \mathbf{j}t^2 + \mathbf{k}e^t$ térgörbén mozgó pont $t = 0$ paraméterű pontjában a gyorsulásvektort érintő és normális irányú komponensekre!