

A.2.Építő Vizsga 2011.jan.13.

1. Az $\ln \frac{1+x}{1-x} = 2\left(\frac{x}{1} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots\right)$ ($|x| < 1$)

hatványsor ismeretében írjuk fel $\ln 10$ numerikus sorát!

Hogy számítanánk ki $\lg 2 (= \log_{10} 2)$ értékét? (5+3pont)

2.
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 2 \\ -x_2 - 2x_3 + 2x_4 - x_5 &= 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 &= 1 \end{aligned}$$

Fejezzük ki az x_1, x_2, x_3 ismeretleneket a fenti egyenletrendszerből. Hogy módosul a megoldás, ha x_1, x_2, x_5 az ismeretlenek? (4+3+3p)

3. Határozzuk meg az alábbi $\underline{\underline{A}}$ mátrix sajátértékeit és az $\underline{x} \rightarrow \underline{\underline{A}}\underline{x}$ leképezés saját-oszlopvektorait! Mi a leképezés geometriai jelentése? (2+4+4p)

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 0 & -4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 10 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Határozzuk meg az $(x, y) \rightarrow x^3 + 2y^2 - 12x + 20$ függvény lokális szélsőértékeit (2+4+2 p)

5. Határozzuk meg az $x=2\cosh t, y=2\sinh t$ hiperbola görbületét az $(x_0, y_0)=(2,0)$ pontban! Mekkora a görbületi sugár és a torzió? (2+2+4+2 p)

6./ Hol van a R sugarú (homogén) félgömb-héj súlypontja?(6+4p)

Kérdések: (Mindegyik 3 pont)

i) Írjuk fel két egész szám hányadosaként a $0,13,13\dots,13,\dots$ végtelen, szakaszos tizedes törtet.

ii) Mekkora a 4 dimenziós egységkocka $(1,1,1,1)$ testátló-vektorának és $(1,1,0,0)$ lapátló-vektorának szöge?

iii) Mi az $(x,y) \rightarrow f(x,y)=z$ ($\mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$) függvény másodfokú Taylor-polinomja az (x_0, y_0) helyen?

Dr. Molnár Emil

56+9=65 pont