

Elméleti kérdések a Matematika A1 tárgy vizsgájára

Definíciók, tételek témakörönként:

- Halmazok fogalma, üreshalmaz, részhalmaz, műveletek (unió, metszet, különbség, komplementer, direkt szorzat), de Morgan azonosság, kétváltozós reláció, ekvivalenciareláció fogalma.
- A valós számok axiómái (műveletek tulajdonságai, rendezés, teljességi axióma). Teljes indukció menete, binomiális tétel.
- Komplex számok algebrai és trigonometrikus alakja. Komplex számsík. Műveletek komplex számokkal algebrai és trigonometrikus alakban (konjugálás, összeadás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás), műveleti azonosságok, a műveletek geometriai jelentése. Egységgyökök.
- Polinomok, irreducibilis polinomok fogalma. Bézout-tétel, az algebra alaptétele és következményei.
- Számsorozatok fogalma. Korlátosság, monotonitás, határérték fogalma. Konvergencia, divergencia, torlódási pont, részsorozat definíciója. Konvergens sorozatok korlátossága. Korlátos és monoton sorozatok konvergenciája. Műveletek konvergens sorozatokkal (összeg, szorzat, hányados sorozat konvergenciája). Rendőr-elv. Nevezetes sorozatok és határértékük (geometriai sorozat, n-dik gyökök sorozata, „e”-hez tartó sorozatok).
- Függvény fogalma, injektív, szürjektív, bijektív függvények, inverz függvény (geometriai jelentés), függvénykompozíció, értelmezési tartomány, értékkészlet. Globális függvénytulajdonságok: paritás (geometriai jelentés), periódikusság, korlátosság, monotonitás. Lokális függvénytulajdonságok: határérték (jobb, bal, végtelenben vett határérték, végtelenbe tartó függvény), folytonosság, szakadási helyek típusai. Átviteli-elv. Függvények összegének, szorzatának, hányadosának határértéke. Nevezetes függvényhatárértékek ($\sin(x)/x$). Boltzono és Weierstrass tételei. Elemi függvények és inverzeik tulajdonságai.
- Differenciálhányados, geometriai jelentés. Derivált definíciója, bal- és jobboldali derivált. Függvény érintője. Deriválási technikák: elemi függvények deriváltjai definíció alapján, konstansszal szorzás, összeg, szorzat, hányados deriváltja, láncszabály, inverz függvény deriválása. Folytonosság és differenciálhatóság kapcsolata. Egyváltozós valós függvények monotonitása, konvexitása: definíció és kapcsolat a deriváltakkal. Lokális szélsőérték és az inflexiós pont definíciója, létezésük szükséges és elégséges feltétele. Középpértéktételek (Rolle-tétel, Lagrange-tétel, Cauchy tétele). L'Hospital-szabály.
- Integrálszámítás: alsó/felső közelítő összeg fogalma, (Riemann szerinti) határozott integrál fogalma. Folytonos és integrálható függvények kapcsolata. Függvények skalárszorosának, összegének integrálhatósága, részintervallumokon integrálhatóság, a határozott integrál additivitása. Primitív függvény fogalma. Newton-Leibniz szabály. Integrálfüggvény fogalma. Helyettesítéses (teljes és egyszerű) és parciális integrálás elve. Racionális törtfüggvények felbontása rész törtre (felbontás lépései kellenek csak). Improprius integrálok fő típusainak definíciói. Az integrálszámítás alkalmazásai: ívhossz, forgástest térfogat (paraméteres görbére is), forgástest palást (paraméteres görbére is), szektorterület kiszámítási módja. Az n-ed rendű Taylor-polinom, hiba becslése maradéktaggal.
- Vektoranalízis: vektorműveletek (geometriai jelentés, koordinátás kiszámítás), hossz, nullvektor fogalma, lineáris kombinációjának, lineáris függetlenségének/összefüggőségének definíciója. Skaláris szorzat, vektoriális szorzat, vegyes szorzat definíciója, tulajdonságaik, geometriai jelentésük és alkalmazásaik. Vektor felbontása párhuzamos és merőleges összetevőkre a vektorműveletek segítségével.