

**Mintavizsga**  
**Matematika A1a VBK hallgatói, 2014. május**

Elméleti kérdések (12p)

- I. Mondja ki a zárt intervallumon folytonos függvények szélsőértékeire vonatkozó tételt!
- II. Mikor nevezünk Leibnitz típusúnak egy numerikus sort? Mit mondhatunk Leibnitz típusú sorok konvergenciájáról?
- III. Adjon elégséges feltételt arra, hogy az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvénynek az  $x_0 \in D_f$  pontban lokális minimuma van!
- IV. Mikor mondjuk, hogy az  $f$  Riemann-integrálható függvénynek létezik az improprius integrálja a  $[0; \infty[$  intervallumon?

Feladatok (48p)

- 1) Igazolja teljes indukcióval, hogy  $\sum_{k=1}^n k(3k+1) = n(n+1)^2$
- 2) a) Oldja meg a komplex számok halmazán!  $z^3 - z^2 + 3z + 5 = 0$   
b) Ábrázolja a komplex számsíkon a  $z^5 = i$  egyenlőségnek eleget tevő számoka
- 3) a) Vizsgálja az  $a_n = \frac{(-1)^n}{2-n}$  sorozatot monotonitás, korlátosság és konvergencia szempontjából, és határozza meg a sorozat infimumát, szuprimumát, minimumát, maximumát (ha létezik)!  
b) Döntse el, hogy a  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n-1}{6-n^2}$  számsor konvergens-e! Ha igen, akkor abszolút konvergens vagy feltételesen konvergens?
- 4) Végezze el az  $f(x) = \frac{x}{x^2-2x-3}$  függvény teljes függvényvizsgálatát!  
Írja fel a függvény grafikonjához az  $x_0 = 0$  helyen húzott érintőegyenes egyenletét!
- 5) Számítsa ki az alábbi integrálokat (ha léteznek)!

a)  $\int_0^5 \frac{x^2+4x}{x^2+4x+3} dx$

b)  $\int_0^{\infty} \frac{1}{x^2+4} dx$

- 6) Adott az  $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$  és  $D = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$  pont. Igazolja, hogy ez a négy pont nem esik egy síkba! Írja fel az  $A$  és  $B$  pontpárra illeszkedő egyenes egyenletét! Írja fel az  $A$ ,  $B$  és  $C$  ponthármasra illeszkedő sík egyenletét! Milyen távol van a  $D$  pont ettől a síktól? Mekkora a kifeszített paralelepipedon  $ABC$  lapjához tartozó magasság?

Eredményes munkát!