

2. házi feladat

1. Számoljuk ki a megadott mátrixok rangját!

$$a) \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -1 & -2 & 3 \\ -2 & -3 & 4 \end{bmatrix}, \quad b) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad c) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

2. Az $a, b \in \mathbb{R}$ paraméterek milyen értékeire lesz a megadott mátrix rangja 1, 2, 3?

$$a) \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -3 & 1 & a \\ b & 0 & 5 \end{bmatrix}, \quad b) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 2a \\ 3 & a & b \end{bmatrix}, \quad c) \begin{bmatrix} a & 1 & b \\ 4 & a & b \\ 3a & b+4 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Számoljuk ki a következő mátrixok inverzét inverz mátrix módszerrel és adjungálttal is!

$$a) \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad b) \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Oldjuk meg az alábbi mátrixegyenleteket az X mátrixra!

$$a) 9X - 4A = B, \quad b) XC + B = A, \quad \text{ahol } A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

5. Oldjuk meg a következő egyenletrendszereket Gauss-módszerrel és a Cramer-szabály használatával is!

$$a) \begin{array}{rclcl} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & = & 5 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 & = & -2 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 - 5x_4 & = & -2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 11x_4 & = & 0 \end{array}, \quad b) \begin{array}{rclcl} 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 & = & 2 \\ 3x_1 - x_2 + x_4 & = & 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 & = & 1 \end{array}$$

6. Írjuk fel a szokásos bázisban adott $(1; 2; 3)$ vektort a $\mathbf{b}_1 = (1; 1; 0)$, $\mathbf{b}_2 = (2; 2; -1)$, $\mathbf{b}_3 = (-1; 0; 1)$ bázisban!

7. Írjuk fel a $\mathbf{b}_1 = (3; -2; 5)$, $\mathbf{b}_2 = (2; -1; 3)$, $\mathbf{b}_3 = (4; 1; 2)$ bázisban adott $(1; 2; 3)$ vektort a szokásos bázisban!

8. Határozzuk meg a következő mátrixok sajátértékeit és sajátvektorait!

$$a) \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad b) \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}, \quad c) \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

9. Jellemezzük az alábbi kétváltozós függvények grafikonját! (Vázzuk fel, miféle felületek ezek!)

$$a) z = x^2 - y^2, \quad b) z = \sin \sqrt{x^2 + y^2}, \quad c) z = \sqrt{x^2 + \frac{1}{4}y^2}$$

10. Határozzuk meg a következő $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0; 0)\} \rightarrow \mathbb{R}$ függvények határértékét a $(0; 0)$ pontban!

$$a) f(x, y) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2} + 1 - 1}{x^2 + y^2}, \quad b) f(x, y) = \frac{3xy}{x^2 + y^2}, \quad c) f(x, y) = \frac{x^4 + y^4 + x + y}{x^4 + y^4}$$