

Vizsga 2014. január 17.

/ Állításait minden esetben indokolja! /

Elméleti kérdések (3x4p)

1. Fogalmazza meg a Cauchy-Hadamard tételt!
Adja meg a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n-1}{1-n}(x-3)^n$ függvénysor konvergenciatartományát!
2. Definiálja az x -normáltartomány fogalmát!
Adjon konkrét példát olyan x -normáltartományra, ami a második sík-negyedbe esik!
3. Írja fel a szeparábilis differenciálegyenlet általános alakját!
Alkalmass helyettesítéssel vezesse vissza szeparábilissá a következő differenciálegyenletet! (Elég az általános alak felírásáig eljutni, megoldani nem kell!)
 $y' = \sin(3y - 2x + 4)$

Feladatok (6x8p)

1. Oldja meg a következő mátrixegyenletet! $\underline{\mathbf{A}} \cdot \underline{\mathbf{X}} + \underline{\mathbf{B}}^T = \underline{\mathbf{C}}$, ahol
$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}, \underline{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 7 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \text{ és } \underline{\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 5 & 5 & -3 \\ -4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$
2. Numerikus sorok
 - (a) Döntse el, hogy a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \cdot \left(\frac{2n}{3}\right)^n$ sor konvergens vagy divergens!
 - (b) Számítsa ki a sorösszeget! $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+2^n}{4^n}$
3. Írja fel az $f(x) = \frac{x}{1+x^3}$ függvény $a = 0$ körüli Taylor-sorát! Határozza meg a konvergenciatartományt, és vizsgálja a konvergenciát a határpontokban is!
4. Számítsa ki a $g(x, y) = e^{y-x} \cdot (y^2 - 2x^2)$ kétváltozós valós függvény lokális szélsőérték helyeit, és határozza meg a típust is!
5. Számítsa ki az $f(x, y) = \frac{x-y}{x^2+y^2}$ kétváltozós függvény integrálját azon a korlátos tartományon, amelyet az $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ és az $x \geq 0$ feltételek határoznak meg!
6. Oldja meg a következő differenciálegyenletet/kezdetiérték problémát és határozza meg a típusát is!

$$xy' + 2y = x^2 - x + 1 \text{ és } y(1) = 0,5.$$

Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy $x > 0$!