

Hausaufgaben 7.

1. Berechnen Sie das Doppelintegral

$$\iint_B x e^y dB,$$

wo das Gebiet B durch die Kurven $y = x$ und $y = x^2$ begrenzt ist.

$$\left(-\frac{1}{2}e + \frac{3}{2}\right)$$

2. Berechnen Sie das Doppelintegral

$$\iint_B (x + y) dx dy,$$

wo der Bereich ein Quadrat mit den Eckpunkten $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(-1, 0)$ und $(0, -1)$ in der xy Ebene liegt.

$$(0)$$

3. Berechnen Sie das Integral der Funktion $f(x, y) = xy$ über dem Dreiecksbereich mit den Eckpunkten $P_1(1, 1)$, $P_2(4, 5)$, $P_3(4, 2)$.

$$\left(\int_{x=1}^4 \int_{y=1/3x+2/3}^{4/3x-1/3} xy dy dx\right)$$

4. Integrieren Sie die Funktion $f(x, y) = \sqrt{x+y}$ über dem Trapez mit den Eckpunkten $P_0(0, 0)$, $P_1(1, 2)$, $P_2(5, 2)$, $P_3(6, 0)$.

$$\left(\int_{y=0}^2 \int_{x=y/2}^{6-y/2} \sqrt{x+y} dx dy\right)$$

5. Integrieren Sie die Funktion $f(x, y) = 2x^3y$ zwischen der Geraden $y = -x + R$ und dem Kreis $x^2 + y^2 = R^2$.

$$\left(\frac{1}{15}R^6\right)$$

6. Berechnen Sie das Volumen des gestumpften Zylinders, dessen Basisfläche der Kreis $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$ ist, und von oben durch die Ebene $z = x + y + 8$ begrenzt ist.

$$(6\pi)$$

7. Berechnen Sie das Doppelintegral

$$\iint_B xy dx dy$$

über dem Bereich $(x - 2)^2 + y^2 \leq 4$.

$$(0)$$

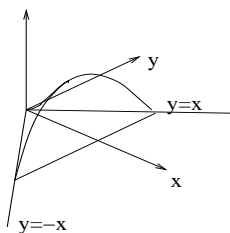
8. Berechnen Sie das Doppelintegral

$$\iint_B (x^2 + 2y^2) dB$$

B : Kreisring mit dem inneren Radius 1 und äußeren Radius 2.

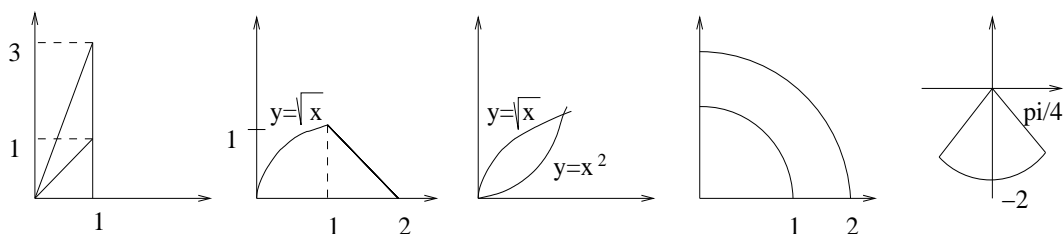
$$(45\pi/4)$$

9. Ermitteln Sie den Schwerpunkt des Körpers, dessen begrenzende Flächen $z = x^2 - y^2$ ($z \geq 0$), $z = 0$ und $x = 1$ sind.



$$(M = 1/3, M_{yz} = 4/15, M_{xy} = 4/45, M_{xz} = 0, S(4/5, 0, 4/15))$$

10. Beschreiben Sie die folgenden Bereiche



11. Berechnen Sie das Volumen des 3D Bereiches begrenzt durch $x = 0$, $z = 0$, $y^2 = 4 - x$, $z = y + 2$.

$$(\int_{-2}^2 \int_0^{4-y^2} \int_0^{y+2} dz dx dy = 64/3)$$

12. Berechnen Sie die Koordinaten des Gewichtspunktes der Halbkugel: $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $z > 0$, wenn die Massendichte mit dem Abstand zwischen ihren Punkten und der z Achse proportional ist. (Rechnen Sie mit Kugelkoordinaten!)

$$(M = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^3 r \sin \vartheta r^2 \sin \vartheta dr d\vartheta d\varphi = 81\pi^2/8, S(0, 0, 16/5\pi))$$

13. Integrieren Sie die Funktion

$$f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$$

über dem Bereich

$$\sqrt{3x^2 + 3y^2} \leq z, x^2 + y^2 + z^2 \geq 9, x^2 + y^2 + z^2 \leq 81$$

$$(\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/6} \int_3^9 \sin \vartheta dr d\vartheta d\varphi = 6\pi(2 - \sqrt{3}))$$