1. A definíció alapján számoljuk ki a következő függvények Laplace-transzformáltját:

a) $a(t) = \begin{cases} 1 & \text{ha } t = 11 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$

b) $b(t) = \begin{cases} 3 & \text{ha } t \in [11, 12] \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$

c) $c(t) = \begin{cases} 1 & \text{ha } t > 11 \\ 0 & \text{ha } t \leq 11 \end{cases}$

d)$^{\text{hf}}$ $d(t) = \begin{cases} t - 11 & \text{ha } t > 11 \\ 0 & \text{ha } t \leq 11 \end{cases}$

2. Keressük meg a következő függvények Laplace-transzformáltját:

a) $7 \sin 3t$ b) $6t^2 + 3t - 2$ c) $t \cos 7t$ d) $e^{2t} \sin 3t$

e)$^{\text{hf}}$ $te^{-t} \cos 4t$ f)$^{\text{hf}}$ $t^2 \sin 5t$

3. Számoljuk ki a következő függvények inverz Laplace-transzformáltját:

a) $\dfrac{3}{s} + \dfrac{1}{s-5} - \dfrac{7}{s-2}$ b) $\dfrac{11}{s-3} + \dfrac{4}{s^2-25}$ c) $\dfrac{7}{s^2+4}$ d) $\dfrac{s+4}{s^2+9}$

e) $\dfrac{3}{s^2+4s+14}$ f)$^{\text{hf}}$ $\dfrac{4}{s^2+2s}$ g)$^{\text{hf}}$ $\dfrac{3}{s^3+2s^2}$

4. Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket. (Segítség: vegyük mindkét oldal Laplace-transzformáltját, oldjuk meg az így kapott algebrai egyenletet, majd a megoldásnak keressük meg az inverz Laplace-transzformáltját!)

a) $y' = y, \quad y(0) = 3$

b)$^{\text{hf}}$ $y' = 7y, \quad y(0) = -1$

c) $y'' = -y, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = -2$

d)$^{\text{hf}}$ $y'' = -y, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0$

e) $2y' - y = 0, \quad y(0) = 1/2$

f)$^{\text{hf}}$ $y' + 7y = 6, \quad y(0) = 0$

g) $2y' + y = e^{2t}, \quad y(0) = 1$

h)$^{\text{hf}}$ $y'' + 3y' + 2y = e^{-t}, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 0$

i)$^{\text{hf}}$ $y'' + 2y' + 5y = 0, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0$

j)$^{\text{hf}}$ $y' + y = \sin 3t, \quad y(0) = 0$

5. Oldjuk meg Laplace-transzformációval az alábbi kezdetiérték-problémákat:

a) $x' = x + 4y$, $y' = 2x - y$, $x(0) = 2$, $y(0) = -2$

b) $x' = 2x - 3y$, $y' = 3x + 2y$, $x(0) = 1$, $y(0) = 4$

c)$^{\text{hf}}$ $x' = 5x - y$, $y' = 3x + y$, $x(0) = -1$, $y(0) = 2$

d)$^{\text{hf}}$ $x' = -8y$, $y' = 2x$, $x(0) = 1$, $y(0) = -2$