1. Határozzuk meg a sajátértékeket, sajátvektorokat!

a) $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & 2 & -3 \\ 4 & 2 & -3 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ d)$^{\text{hf}}$ $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

2. Tudjuk, hogy az $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ a & 1 \end{bmatrix}$ mátrix egyik sajátvektora $\vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. Határozzuk meg az a paraméter értékét, a sajátértékeket, és a másik sajátvektort!

3.

Írja fel a megadott lineáris transzformációk mátrixát a sík/tér szokásos bázisában!

a) a sík origó körüli forgatása α szöggel pozitív forgásirányban

b) az origón átmenő, $\vec{n} = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}$ normálvektorú síkra vett merőleges vetítés

c) az origón átmenő, $\vec{n} = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}$ normálvektorú síkra vett tükrözés

d) az $x = y = z$ egyenes körüli, 120°-os forgatás, a pozitív ortáns felől nézve pozitív forgásirányban

4.

Egy A négyzetes mátrix *ortogonális*, ha $A^{-1} = A^T$, és *idempotens*, ha $A^2 = A$. Igazoljuk, hogy ha A ortogonális, akkor $\det(A) = \pm 1$, és ha idempotens, akkor $\det(A) = 0$ vagy 1!