

1. Számoljuk ki:

a) $\iint_A xy \, d(x, y) = ? \quad A = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$

b) $\iint_A x \sin xy \, d(x, y) = ? \quad A = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\}$

c) $\iint_T x \, d(x, y) = ? \quad T = \{(x, y) \mid x^2 \leq y \leq x + 2\}$

d) $\iint_T \frac{x^2}{y^2} \, d(x, y) = ? \quad T = \{(x, y) \mid \frac{1}{x} \leq y \leq x, 1 \leq x \leq 2\}$

e) $\iint_T y \sin x^2 \, d(x, y) = ? \quad T = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq \sqrt{x}, 0 \leq x \leq 1\}$

2. Cseréljük fel az integrálás sorrendjét, és számoljuk ki az alábbi integrálokat:

a) $\int_0^1 \int_{y^2}^1 y \sin x^2 \, dx \, dy = ?$

b) $\int_0^1 \int_{2y}^2 4 \cos(x^2) \, dx \, dy = ?$

c) $\int_0^2 \int_{y/2}^1 e^{x^2} \, dx \, dy = ?$

d) $\int_0^8 \int_{\sqrt[3]{x}}^2 \frac{1}{y^4 + 1} \, dy \, dx = ?$

3. Számoljuk ki:

a) $\iint_A \frac{1}{1+x^2} \, d(x, y) = ? \quad A = \text{a } (0, 0), (1, 1) \text{ és } (1, 0) \text{ csúcú háromszög}$

b) $\iint_A \frac{x}{\sqrt{1+y^2}} \, d(x, y) = ? \quad A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, x^2 \leq y \leq 4\}$

c) $\iint_T xy \, d(x, y) = ? \quad T \text{ határgörbéi: } y = 0, y = 6 - x, y = \sqrt{x}$

d) $\iint_T \sin^2 x - y^2 \, d(x, y) = ? \quad T = \{(x, y) \mid y^2 \leq \sin^2 x, 0 \leq x \leq \pi\}$

4. Számítsuk ki az $\iiint_V xy^2 z^3 \, dV$ integrál értékét, ha az első tényolcadba eső V korlátos térrész határai a $z = xy$ egyenletű felület, valamint a $z = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = x$ egyenletű síkok.

5. Számítsuk ki a megadott felületekkel határolt korlátos térrész térfogatát!

a) $y = 0, y = 2, z = 0, z = 2 - 2x^2$

b) $x^2 = y + z, y = 0, z = 0, x = 2$