

Geometria 5. házi feladat matematikus hallgatók részére

2017-2018 I. félév

1. Vegyük a $4x^2 + 2y^2 + z^2 = 4$ egyenletű ellipszoidot. Forgassuk el először az $x - 2 = y - 1 = z + 2$ egyenletrendszerő egyenes körül 120° -kal, majd az elforgatott felületet tükrözzük az $x = 0, y = -2z$ egyenletrendszerő egyenesre. Adjuk meg az eredő transzformaáció mátrixát homogén koordinátás alakban majd határozzuk meg a transzformált felület egyenletét.
2. Írjuk fel annak a 120° -os forgatástükrözésnek a homogénkoordinátás mátrixát, amelynek fixpontja az $P(1, -1, -1)^T$ pont, és tengelye párhuzamos az $\mathbf{n} = (1, 1, -1)^T$ vektorral. Határozzuk meg annak az oktaédernek a transzformációnál keletkező képét, amelynek szimmetriasíkjai a koordináta-síkokkal párhuzamosak és egyik csúcsa az $(1, -1, 0)^T$ pont, valamint a középpontja a P pont.
3. Számítsuk ki a gömbháromszög hiányzó oldalát és szögeit, ha $a = 150^\circ$, $b = 60^\circ$ és $\alpha = 150^\circ$. Határozzuk meg a háromszög beírt és körülírt körének sugarát.
4. A gömbi geometriában n egyenes nem egy darab n -szöget ($\mathbb{N} \ni n \geq 2$) határoz meg, hanem sokkal többet, például három egyenes a gömbön nyolc darab háromszöget határoz meg. Ezek közül a legkisebb területű, konvex n -szöget nevezzük gömbi Euler sokszögnek. Bizonyítsuk be, hogy a gömbi Euler n -szög oldalösszege nem nagyobb mint 2π .
5. Ha a gömbfelületünk az O középpontú egységsugarú gömbhöz tartozik, akkor mutassuk meg, hogy

$$(\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c})) \times (\mathbf{b} \times (\mathbf{c} \times \mathbf{a})) = (\mathbf{c} \times (\mathbf{a} \times \mathbf{b})) \times (\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c})),$$

ahol $\mathbf{a} = \overrightarrow{OA}$, $\mathbf{b} = \overrightarrow{OB}$, $\mathbf{c} = \overrightarrow{OC}$ és A, B, C pontok az előbbi gömbfelületen egy háromszöget határoznak meg. Milyen geometriai jelentése van az előbbi egyenletnek az ABC gömbháromszöggel kapcsolatban.

Minden feladat 1 pontos, a nem teljes megoldások lényeges lépéseire részpontoszámok kaphatók.

Beadási határidő: 2017. november 21. (legkésőbb az előadáson).

Jó munkát kívánunk!