Hausaufgaben 1.

Determinanten

Mittels der Eigenschaften der Determinanten berechnen Sie die folgenden Determinanten:

$$1)\quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{vmatrix} \qquad (12) \qquad\qquad 2)\quad \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & 4 & 0 & -9 \\ 3 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad (-75)$$

$$1)\quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+b \end{vmatrix} \qquad (ab) \qquad\qquad 2)\quad \begin{vmatrix} 1 & 4 & 9 & 16 \\ 4 & 9 & 16 & 25 \\ 9 & 16 & 25 & 36 \\ 16 & 25 & 36 & 49 \end{vmatrix} \qquad (0)$$

Matrizen

1. Gegeben sind

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Führen Sie die Multiplikationen durch

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{v}, \quad 3\mathbf{v}^T\cdot\mathbf{B}, \quad \mathbf{A}\cdot\mathbf{B}\cdot\mathbf{v}, \quad \mathbf{B}\cdot\mathbf{A}\cdot\mathbf{v}.$$

2. Gegeben sind die Zeilenvektoren $\mathbf{a}(1,3,5,7)$ und $\mathbf{b}(0,2,4,6)$. Berechnen Sie die Produkte

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}^T, \quad \mathbf{a}^T\cdot\mathbf{b}$$

3. Gegeben sind der Zeilenvektor $\mathbf{v}(x,y,z)$ und die symmetrische Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 3 & 2 & 5 \\ -4 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

Berechnen Sie $\mathbf{v}\cdot\mathbf{A}\cdot\mathbf{v}^T$.

4. Zerlegen Sie die Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 6 \\ 3 & -1 & 2 & 5 \\ -2 & 4 & 1 & 7 \\ 6 & 4 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

auf symmetrische und schiefsymmetrische Komponenten!

5. Betrachten Sie die Matrizen der Form

$$\begin{pmatrix} a & b \\ a & b \end{pmatrix}.$$

Hat das Produkt von solchen Matrizen diese Form?
Ist die Multiplikation unter solchen Matrizen kommutativ?

Gibt es so eine Matrix unter denen, dass die folgende Gleichung gilt:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ a & b \end{pmatrix} \mathbf{X} = \begin{pmatrix} a & b \\ a & b \end{pmatrix}?$$

Gibt es solche unter denen, dass

$$\begin{pmatrix} a & b \\ a & b \end{pmatrix} \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{oder} \quad \mathbf{X} \begin{pmatrix} a & b \\ a & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}?$$

Berechnen Sie die Inverse

6. $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}^{-1}$

7. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$