

# Tételsor, A1 VBK.

Szabó Szilárd

2018 május

- 1) Írja fel a de Morgan-azonosságokat!
- 2) Értelmezze az ekvivalencia-reláció és egy halmaz valamely ekvivalencia-relációra vett hányadosának fogalmát!
- 3) Mondja ki a természetes számok Peano-féle axiómáit!
- 4) Értelmezze az egész számok halmazát és a rajta bevezethető műveleteket!
- 5) Értelmezze a racionális számok halmazát és a rajta bevezethető műveleteket!
- 6) Értelmezze a valós számok halmazát (Dedekind-féle szeletekkel) és a rajta bevezethető rendezést, valamint ágyazza be a racionális számok halmazát a valós számok halmazába!
- 7) Értelmezze a komplex számok halmazát és adja meg egy általános komplex szám algebrai alakját, valós és képzetes részét!
- 8) Értelmezze az algebrai alakban adott komplex számokon a következő műveleteket: összeadás, ellentett, szorzás, konjugálás és abszolút-érték.
- 9) Értelmezze az algebrai alakban adott komplex számok inverzét és hányadosát!
- 10) Soroljon fel a komplex számok műveleti azonosságai közül legalább ötöt, és vezesse le az abszolút-érték multiplikatívitasát!
- 11) Értelmezze egy komplex szám irányyszögét és trigonometriai alakját!
- 12) Adja meg egy általános komplex szám algebrai és trigonometriai alakja közötti kapcsolatot!
- 13) Mondja ki és bizonyítsa be a trigonometriai alakban adott komplex számok szorzására, inverzére és hatványozására vonatkozó de Moivre-képleteket!
- 14) Mondja ki és bizonyítsa be a trigonometriai alakban adott komplex számok  $n$ -edik gyökeire vonatkozó képleteket!
- 15) Értelmezze egy komplex együtthatós polinom komplex gyökének multiplicitását, valamint mondja ki az az algebra alaptételét!
- 16) Értelmezze két adott halmaz közötti függvény, valamint egy függvény gráfja, értelmezési tartománya és értékkészlete fogalmát!
- 17) Értelmezze az injektív, szürjektív és bijektív függvény fogalmát, valamint az összetett és inverz függvényt.
- 18) Értelmezze egy számsorozat monotonitását és szigorú monotonitását!
- 19) Értelmezze egy számsorozat alsó és felső korlátosságát, és a legkisebb felső valamint legnagyobb alsó korlát fogalmát!

- 20) Értelmezze egy számsorozat konvergenciájának fogalmát, és mondja ki a konvergencia és korlátosság közötti kapcsolatokat!
- 21) Értelmezze a Cauchy-sorozat fogalmát, és mondja ki a konvergens sorozatok és Cauchy-sorozatok közötti kapcsolatot!
- 22) Mondja ki a rendőr-elv összes ismert alakját!
- 23) Értelmezze kétféleképpen a természetes logaritmus alapszámát!
- 24) Értelmezze a binomiális együtthatókat, mondja ki és lássa be a binomiális tételt!
- 25) Értelmezze egy végtelen számsor konvergenciájának fogalmát!
- 26) Bizonyítsa be egy mértani sor konvergenciájára vonatkozó szükséges és elegendő feltételt!
- 27) Értelmezze az abszolút konvergens számsor fogalmát, mondja ki és bizonyítsa be az abszolút konvergencia és a konvergencia közötti kapcsolatot!
- 28) Mondja ki és bizonyítsa be a számsorok konvergenciájára vonatkozó majoráns-elvet!
- 29) Mondja ki és bizonyítsa be a számsorok konvergenciájára vonatkozó határérték-kritériumot!
- 30) Mondja ki és bizonyítsa be a számsorok konvergenciájára vonatkozó határérték-kritériumot!
- 31) Mondja ki és bizonyítsa be a számsorok konvergenciájára vonatkozó gyök-kritériumot!
- 32) Mondja ki és bizonyítsa be a számsorok konvergenciájára vonatkozó hányados-kritériumot!
- 33) Értelmezze a Leibniz-típusú sor fogalmát, és mondja ki a konvergenciájukról szóló tételt!
- 34) Ismertesse két számsor Cauchy-szorzatát, és mondja ki a Cauchy-szorzat konvergenciájáról szóló tételt! Határozza meg két exponenciális sor Cauchy-szorzatát!
- 35) Értelmezze egy valós függvény gráfjának és korlátosságának fogalmát!
- 36) Ismertesse egy valós függvény monotonitásának és szigorú monotonitásának fogalmát!
- 37) Ismertesse egy valós függvény lokális szélsőértékének fogalmát!
- 38) Ismertesse a páros, páratlan és periodikus függvény fogalmát!
- 39) Ismertesse egy valós függvény pontbeli határértékének Heine-féle definícióját!
- 40) Ismertesse egy valós függvény végtelenbeli határértékének Heine-féle definícióját!
- 41) Ismertesse egy valós függvény pontbeli határértékének Cauchy-féle definícióját!
- 42) Ismertesse egy valós függvény végtelenbeli határértékének Cauchy-féle definícióját!
- 43) Ismertesse egy valós függvény folytonosságának fogalmát!
- 44) Ismertesse Weierstrass szélsőérték-tételét, Bolzano közbensőérték-tételét és egy intervallumon folytonos függvény értékészletére vonatkozó következményüket!
- 45) Értelmezze az inverz szögfüggvényeket, és vázolja fel gráfjukat!
- 46) Értelmezze a hiperbolikus szögfüggvényeket, és vázolja fel gráfjukat!
- 47) Értelmezze az inverz hiperbolikus szögfüggvényeket, és vázolja fel gráfjukat!
- 48) Értelmezze egy függvény pontbeli differenciál-hányadosának és derivált függvényének fogalmát!

- 49) Mondja ki és bizonyítsa be a differenciálhatóság és folytonosság közötti kapcsolatot!
- 50) Mondja ki és bizonyítsa be a szorzatfüggvény differenciál-hányadosára vonatkozó képletet!
- 51) Mondja ki és bizonyítsa be a hányados-függvény differenciál-hányadosára vonatkozó képletet!
- 52) Mondja ki a lánc-szabályt és az inverz-függvény differenciál-hányadosára vonatkozó képletet!
- 53) Vezesse le a polinom-függvények deriváltjára vonatkozó képletet!
- 54) Vezesse le a logaritmus-függvény deriváltjára vonatkozó képletet!
- 55) Vezesse le az  $\arcsin(x)$  függvény deriváltjára vonatkozó képletet!
- 56) Vezesse le az  $\arctan(x)$  függvény deriváltjára vonatkozó képletet!
- 57) Mondja ki és bizonyítsa be a pontbeli differenciál-hányados és monotonitás közötti kapcsolatokat!
- 58) Mondja ki és bizonyítsa be a pontbeli differenciál-hányados és szélsőérték közötti kapcsolatokat!
- 59) Mondja ki és bizonyítsa be Rolle középérték-tételét!
- 60) Mondja ki és bizonyítsa be Lagrange középérték-tételét!
- 61) Mondja ki és bizonyítsa be a differenciál-számítás főtételét!
- 62) Értelmezze egy függvény második deriváltjának fogalmát, és mondja ki a szélsőértékekkel való kapcsolatát!
- 63) Értelmezze egy függvény konvexitásának, konkavitásának, inflexiós pontjának fogalmát és mondja ki a második deriváltjával való kapcsolatokat!
- 64) Ismertesse egy függvény megszüntethető, első- és másodfajú szakadási pontjának fogalmát!
- 65) Ismertesse egy függvény végtelenbeli aszimptotáinak fogalmát!
- 66) Ismertesse egy zárt intervallumon értelmezett függvény adott felosztáshoz tartozó alsó és felső Riemann-féle összegét!
- 67) Ismertesse egy zárt intervallumon értelmezett függvény alsó és felső integráljának fogalmát!
- 68) Értelmezze egy zárt intervallumon értelmezett függvény Riemann-integrálhatóságát!
- 69) Mondja ki és bizonyítsa be a Riemann-integrál monotonitásáról szóló eredményt!
- 70) Értelmezze egy nyílt intervallumon korlátos függvény Riemann-integrálját!
- 71) Értelmezze egy zárt intervallumon Riemann-integrálható függvény integrálfüggvényét és annak tulajdonságait!
- 72) Értelmezze egy Riemann-integrálható függvény primitív függvényének és határozatlan integráljának fogalmát, és ismertesse a Newton–Leibniz tételt!
- 73) Ismertesse egy racionális törtfüggvény részlettörtekre bontására vonatkozó eredményt!
- 74) Értelmezze egy jobbról végtelen félegyenesen értelmezett Riemann-integrálható függvény improprius integrálját!
- 75) Értelmezze egy bal végpontban nem korlátos függvény improprius integrálját!

- 76) Értelmezze egy általános függvény improprius integrálját!
- 77) Ismertesse az improprius integrálra vonatkozó majoráns-kritériumot!
- 78) Ismertesse a vektorok összeadását, és mondja ki két tulajdonságát!
- 79) Ismertesse a vektorok skalárral való szorzását, és mondja ki két tulajdonságát!
- 80) Értelmezze egy vektorrendszer lineáris kombinációjának és lineáris függetlenségének fogalmát!
- 81) Értelmezze a generátor-rendszer és bázis fogalmát!
- 82) Értelmezze egy vektornak egy bázisra vonatkozó koordinátáit!
- 83) Értelmezze egy vektortéren adott skalár-szorzat fogalmát, és adjon rá egy példát!
- 84) Vezesse be az Euklideszi vektortér fogalmát, és adja meg benne egy vektor hosszának és két vektor hajlásszögének képletét!
- 85) Vezesse be egy Euklideszi vektortérben egy vektor egy másik vektorral párhuzamos és rá merőleges komponensét, és adjon rájuk képletet!
- 86) Vezesse be a háromdimenziós térben adott két vektor vektoriális szorzatát, és adjon feltételt a vektoriális szorzat eltűnésére!
- 87) Adja meg és bizonyítsa be a vektoriális szorzat két tulajdonságát és geometriai értelmét!
- 88) Vezesse be a háromdimenziós térben adott három vektor vegyes szorzatát, és adjon feltételt a vegyes szorzat eltűnésére!
- 89) Adja meg a vegyes szorzat két tulajdonságát és geometriai értelmét!
- 90) Mondja ki és bizonyítsa be a vegyes szorzatra vonatkozó felcserélési tételt!
- 91) Mondja ki a vektorokra vonatkozó Jacobi- és Lagrange-azonosságot!
- 92) Értelmezze egy síkbeli egyenes irányvektorának fogalmát, és ismertesse az egyenes paraméteres vektoregyenletét valamint paraméteres és paramétermentes egyenletrendszerét!
- 93) Értelmezze egy síkbeli egyenes normálvektorának fogalmát, és ismertesse az egyenes vektoregyenletét valamint általános egyenletét!
- 94) Adja meg egy síkbeli egyenes normálegyenletét, valamint adjon képletet egy síkbeli pont és egyenes közötti távolságra!
- 95) Értelmezze egy térbeli egyenes irányvektorának fogalmát, és ismertesse az egyenes paraméteres vektoregyenletét valamint paraméteres és paramétermentes egyenletrendszerét!
- 96) Értelmezze egy térbeli sík irányvektorainak fogalmát, és ismertesse az egyenes paraméteres vektoregyenletét valamint paraméteres egyenletrendszerét!
- 97) Értelmezze egy térbeli sík normálvektorának fogalmát, és ismertesse a sík vektoregyenletét valamint általános egyenletét!
- 98) Adja meg egy térbeli sík normálegyenletét, valamint adjon képletet egy térbeli pont és sík közötti távolságra!
- 99) Értelmezze két térbeli egyenes normál-transzverzálisának fogalmát, és adjon képletet a normál-transzverzális irányvektorára a két egyenes irányvektorának segítségével!