

Geometria 5. házi feladat matematikus hallgatók részére

2018-2019 I. félév

1. Tekintsük a szfenoid nevű tetraédert (csúcsait két lapjával csatlakozó kocka középpontjai és egy közös élének végpontjai határozzák meg), legyenek a csúcsok: $(0, 1, 1)^T$, $(0, -1, 1)^T$, $(1, 0, 0)^T$, $(-1, 0, 0)^T$. Írjuk fel a szfenoid két kitérő élére vonatkozó tükrözések egymásutánjai által meghatározott transzformáció mátrixát homogén koordinátás alakban (minden lehetséges esetet tekintsük) Milyen egybevágósági transzformációt kapunk? Mi a kapcsolat a tükrözések tengelyeinek távolsága és az eltolási rész nagysága között?
2. Vetítsük ki az előző feladatban meghatározott szfenoidot a köré írt gömbre. Ekkor a gömbnek egy egybevágó háromszögekre való felbontását kapjuk. Határozzuk meg a keletkező gömbháromszögek beírt és körülírt köreinek a sugarát és területét.
3. Írjunk az előző feladatban meghatározott gömbi háromszögek csúcsai köré a háromszögek köré írt gömbi köreinek sugarával gömbi köröket. Ezek metszéspontjai és az eredeti csúcsok a gömbön egy újabb pontrendszert hoznak létre, amelyekből a gömbfelszínt egyszeresen lefedő háromszögműkövezéseket hozhatunk létre. Határozzuk meg azt a háromszögműkövezést, amelynél a háromszögműkövezés egyes háromszögeibe beírt körsugarainak minimuma maximális!
4. A gömbfelületünk az O középpontú egységsugarú gömb, továbbá $\mathbf{a} = \overrightarrow{OA}$, $\mathbf{b} = \overrightarrow{OB}$, $\mathbf{c} = \overrightarrow{OC}$ és A, B, C pontok az előbbi gömbfelületen egy háromszöget határoznak meg. Mutassuk meg, hogy az A pontot a szemközti oldal felezéspontjával összekötő gömbi szakaszt (s_a súlyvonal) tartalmazza a $(\mathbf{b} + \mathbf{c}) \times \mathbf{a}$ normálvektorú sík. Hasonlóan s_b -t $(\mathbf{a} + \mathbf{c}) \times \mathbf{b}$ és s_c -t az $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times \mathbf{c}$ normálvektorú sík tartalmazza. Ennek segítségével mutassuk meg, hogy a súlyvonalak egy ponton haladnak át.
5. Az egységnyi területű szabályos gömbötszög mindegyik csúcsa köré $1/3$ területű gömbi kört rajzolunk. Határozzuk meg az ötszög körökön kívül eső részének a területét.

Minden feladat 1 pontos, a nem teljes megoldások lényeges lépéseire részpontoszámok kaphatók.

Beadási határidő: 2018. november 20. (legkésőbb az előadáson).

Jó munkát kívánunk!