

## Bevezetés a geometriába 3.vizsga

2015. 01. 12.

*”Ne várj, a legjobb alkalom soha sem fog elérkezni...”*

1. Magyarországot északról és délről rendre az  $48^{\circ}35'$ -hez és a  $45^{\circ}44'$ -hez tartozó északi szélességi körök, keletről és nyugatról pedig rendre a  $22^{\circ}54'$ -hez és a  $16^{\circ}7'$ -hez tartozó keleti hosszúsági körök határolják. Számítsuk ki a négy kör által határolt ”négyyszög” területét. (A Föld sugara 6370 km). (12 p).
2. Tekintsünk egy pozitív körüljárású  $ABC$  szabályos háromszöget jelölje  $a$ ,  $b$  és  $c$  rendre a  $BC$ ,  $CA$  illetve  $AB$  egyenesekre való tükrözést.
  - a.) Mutassuk meg, hogy ha  $P$  a háromszög síkjának pontja akkor  $(cba)^{2016}(P)$  és  $P$  pontok egy  $AC$ -vel párhuzamos egyenest határoznak meg. (4p)
  - b.) Mutassuk meg, hogy ha  $Q$  a háromszög síkjának egy pontja akkor  $(cba)^{2k+1}(Q)Q$  ( $k \in \mathbb{N}$ ) szakaszok felezéspontjai  $AC$ -vel párhuzamos egyenest határoznak meg. (4p)
  - c.) Ha  $F$   $AB$  szakasz felezéspontja és a  $AB$  hossza 1 akkor mekkora a  $(cba)^{100}(F)F$  szakasz hossza? (4p)
3. Forgassuk el a  $z^2 - 4x^2 = 4$  egyenletű (hiperbolikus) hengerfelületet a  $2 - x = 3 + y = -1 - z$  egyenes körül  $240^{\circ}$ -os szöggel, majd tükrözzük az  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(1, -2, 3)$ ,  $B(-1, 4, -3)$  pontok síkjára. Adjuk meg a tanszformációk után nyert felület egyenletét. (12 p)
4. Egy szabályos tetraéder egyik magasság egyenesének egyenletrendszere  $x = 4 + t$ ,  $y = 4 + t$ ,  $z = 4 + t$ , egyik csúcsa az  $A(-3, 12, 4)^T$  pont. Számítsuk ki a tetraéder további csúcsainak koordinátáit. (14p)
5. Adott az  $x + y + z = 1$  sík és az  $(x + 1)/3 = 2y = z/3$  egyenes. Írjuk fel annak a síkbeli egyenesnek az egyenletrendszerét, amely áthalad a megadott egyenes és a sík közös pontján, és merőleges az adott egyenesre. (13 p)
6. Egy szabályos oktaéderből a csúcsok levágásával féligszabályos testet (Archimédeszi testet) készítünk. A ”vágó síkok” az oktaéder oldalait milyen arányban osztják fel. (7p)

**A nem teljes megoldások lényeges lépéseire részpontoszámok kaphatók.**

Jó munkát kívánunk!