

## Hausaufgaben 1

Lösen Sie die folgenden Ungleichungen mit Fallunterscheidung und algebraischen Umformungen:

1. 
$$\frac{3x}{x^2 + 2} \leq -1$$
 ( $-2 \leq x \leq -1$ )

2. 
$$-3 < \frac{5}{4 - x} < -1$$
 ( $\frac{17}{3} < x < 9$ )

3. 
$$|x + 1| + |4 - x| < 5$$
 (keine Lösung)

Ermitteln Sie die graphischen Lösungen der Ungleichungen:

4. 
$$-\frac{1}{2}x^2 - x + 4 > 0$$
 ( $-4 < x < 2$ )

5. 
$$|x + 1| \leq 2$$
 ( $-3 \leq x \leq 1$ )

6. 
$$\left| \frac{1}{x - 2} \right| > \frac{1}{2}$$
 ( $0 < x < 2, 2 < x < 4$ )

Skizzieren Sie die Bereiche in der  $xy$ -Ebene, die durch die Ungleichungspaaren bestimmt sind:

7. 
$$(x - 3)^2 + y^2 < 4 \quad \text{und} \quad |y| < 1$$

8. 
$$y > (x + 1)^2 \quad \text{und} \quad y \leq 3$$

9. 
$$|x + 3| < 1 \quad \text{und} \quad |y| \leq 3$$

10. 
$$|x + 3| < 1 \quad \text{oder} \quad |y| \leq 3$$

Beweisen Si mit vollständiger Induktion:

1. 
$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

2. 
$$\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}, \quad q \neq 1$$

3. 
$$\prod_{j=1}^n \left( \frac{j}{j+1} \right) = \frac{1}{n+1}, \quad n \geq 1.$$

## Mengenlehre

Die Punktmengen  $A$ ,  $B$  und  $C$  sind paarweise nicht disjunkt. Veranschaulichen Sie die Mengen mit Kreisen, und prüfen Sie graphisch die folgenden Gleichungen:

1.

$$A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$$

2.

$$(A - B) \cap C = (A \cap C) - B = (A \cap C) - (B \cap C)$$