

## Geometria 1. házi feladat matematikus hallgatók részére

2019-2020 I. félév

1. Adott két egybevágó oktaéder. Párhuzamos eltolással átvihető-e az egyik a másikon úgy, hogy abból egy gyűrűszerű (tórusszal homeomorf) rész sértetlen maradjon? Válaszunkat indokoljuk.
2. (a) Bizonyítsuk be Ceva és Menelaosz tételeit. (Ezek a tételek felhasználhatók a következő feladat megoldásához, de máshogy is megoldható.)  
(b) Bizonyítsd be, hogy a tetraéder két szembefekvő élének felezőpontján áthaladó tetszőleges sík két azonos térfogatú testekre bontja a tetraédert!
3. (a) Határozd meg az  $a$  oldalú szabályos tetraéder merőleges vetületének legnagyobb lehetséges területét.
4. (a) Az  $ABC$  szabályos háromszög középpontján át húzzunk tetszőleges irányú egyenest, és erre a háromszög mindegyik csúcsából bocsássunk merőlegest. Bizonyítsuk be, hogy az egyenes egyik oldalára eső merőleges szakasz(ok) összege egyenlő a másik oldalra eső szakasz(ok) összegével.  
(b) Az  $ABCD$  szabályos tetraéder középpontjára illeszkedő tetszőleges síkra bocsássunk merőlegeseket a tetraéder csúcspontjaiból. Bizonyítsuk be, hogy a merőleges szakaszoknak a sík által meghatározott különböző félterekbe eső szakaszainak a hosszösszegei egyenlők.
5. (a) Adottak az  $(x + 1)/2 = 3 - y = (z - 1)/3$ ;  $(x - 3)/2 = (y - 1)/3 = z - 5$ ; kitérő egyenesek. Határozzuk meg a normáltranszverzális egyenesüket.  
(b)  $\mathbf{v} = (1, -6, 2)^T$  iránnyal párhuzamos transzverzálisát és ennek metszéspontjait a kitérő egyenesekkel.  
(c) Ha két kitérő egyenes egyikén egy pók mászik és minden egyes pontjából a másik egyenes minden egyes pontjához egy "fonalat" sző, majd ezen "fonalszakaszok" mindegyikén az egyik egyeneshez közelebbi harmadolópontjait megjelöli, akkor mit mondhatunk erről a ponthalmazról?

**Minden feladat 1 pontos, a nem teljes megoldások lényeges lépéseire részpontoszámok kaphatók.**

Beadási határidő: 2019. október 1. (legkésőbb az előadáson).

Jó munkát kívánunk!