

Geometria 4. házi feladat matematikus hallgatók részére

2019-2020 I. félév

- Legyen ABC tetszőleges hegyesszögű háromszög. Legyen \mathbf{T} az a transzformáció, amelyet az AC , AB majd a BC egyenesekre való tükrözések ebben a sorrendben történő végrehajtása határoz meg. Jelöljük O -val az ABC háromszög köré írt körének középpontját, valamint az oldalak felezéspontjait jelöljük rendre A_1 , B_1 , C_1 (A -val szemközi oldalon az A_1 sít....).
 - Igazoljuk, hogy $\mathbf{T}^{2018}(O)\mathbf{T}^{2018}(C_1)$ egyenese merőleges AB egyenesére.
 - Igazoljuk, hogy $O\mathbf{T}^{2017}(O)$, $A\mathbf{T}^{2019}(A)$ és $B_1\mathbf{T}^{2021}(B_1)$ szakaszok felezéspontjai egy egyenesre illeszkednek.
 - Mutassuk meg, hogy $A_1\mathbf{T}^{1000}(A_1)$ egyenese párhuzamos $O\mathbf{T}^{1000}(O)$ egyenessel.
- Az ABC gömbháromszög oldalai legyenek $a = \frac{\pi}{3}$, $b = \frac{\pi}{4}$, $c = \frac{2\pi}{3}$. Határozzuk meg a háromszög köré és bele írt kör sugarát valamint a háromszög szögeit. (A gömb sugara ebben a feladatban és a továbbiakban is egységnyi.)
 - Az ABC gömbháromszög oldalai legyenek $a = \frac{\pi}{4}$, $b = \frac{\pi}{3}$, $c = \frac{\pi}{6}$. Jelölje az A csúccsal szemközi oldal felezéspontját A_1 . Hasonlóan B és C csúcsok esetében B_1 illetve C_1 . Határozzuk meg $A_1B_1C_1$ gömbi háromszög területét valamint az AA_1 gömbi súlyvonalszakasz hosszát.
 - Igaz marad-e a gömbi geometriában, hogy az AA_1 , BB_1 , CC_1 súlyvonalak egy ponton haladnak át és harmadolják egymást?.
- Számítsuk ki az egységnyi területű szabályos gömbi négyszög (gömbi négyzet) beírt és köréírt körének területét. Mekkora területű gömbi négyzet egybevágó példányaival lehet átfedés nélkül biztosan lefedni a gömb felszínét.
- Igazoljuk, hogy a háromszög T területe és a háromszög a , b , c oldalai között fennáll a következő összefüggés:

$$\tan \frac{T}{2} = \sqrt{\tan \frac{s}{2} \tan \frac{s-a}{2} \tan \frac{s-b}{2} \tan \frac{s-c}{2}},$$

ahol $s = \frac{a+b+c}{2}$. Kiről nevezték el ezt az összefüggést?

**Minden feladat 1 pontos, a nem teljes megoldások lényeges lépéseire
részpontszámok kaphatók.**

Beadási határidő: 2019. november 13.

Jó munkát kívánunk!