

## Geometria 6. házi feladat matematikus hallgatók részére

2019-2020 I. félév

1. Tekintsük a Belgrád, Budapest, Madrid gömbi háromszöget. Mekkora ennek a gömbi háromszögnek a területe, kerülete. Ha a Budapest és Belgrád által meghatározott gömbi főkör mentén körbepüljük a földet a pálya melyik pontjában vagyunk a legközelebb az Északi Sarkhoz, mik ennek a pontnak a földrajzi koordinátái? ( $R = 6367$  km a Földet gömb alakúnak feltételezzük, a városok földrajzi koordinátáit megtaláljuk a világhálón, elég "percekre" kerekítve számolni.)
2. Egy tetraéder Monge-féle pontjának ( $M$ ) nevezzük a köré írt gömb középpontjának ( $O$ ) a súlypontra ( $S$ ) vonatkozó tükörképét. Bizonyítsuk be, hogy a Monge pontot egy tetszőleges él felezőpontjával összekötő egyenes merőleges a szemközti élre.  
Az  $M, S, O$  pontok egyenesét a tetraéder Euler egyenesének is nevezzük.  $M$  milyen tetraéder típus esetén lesz a tetraéder hagyományos értelemben vett magasságpontja?
3. Tekintsük az euklideszi síkban a  $(0, 2)^T$ ,  $(-\sqrt{3}, -1)^T$ ,  $(\sqrt{3}, -1)^T$  csúcspontokkal adott szabályos háromszöget. Határozzuk meg az  $y^2/4 + x^2/9 = 1$  ellipszis képeinek egyenleteit az összes a háromszöget önmagára képező egybevágóság esetén, adjuk meg az egybevágóságok mátrixait is.
4. Adjuk meg a félfordulatos elforgatás mátrixát, amelynek tengelye áthalad a  $P(-1, 2, -5)^T$  és  $Q(2, -1, -5)^T$  pontokon, (a tengelyirányt a  $\overline{PQ}$  jellemzi, jobbsavár legyen). Majd határozzuk meg a  $PQO$  síkra vonatkozó tükrözés mátrixát ( $O$  az origó). Mi lesz a  $19x - y - z = 81$  sík képeinek egyenlete a transzformációknak a megadásuk sorrendjében történő végrehajtása után.
5. Határozzuk meg annak a csavarmozgásnak a lineáris és eltolási részeit, amelynek tengelyeit egy kocka két kitérő élére vonatkozó tükrözések egymásutánja generál, (legyen a kocka középpontja az origó, élhossza 2 egység és lapjainak a síkjai legyenek párhuzamosak a koordinátasíkokkal). Mi lesz az egyenlete a  $x^2 - y^2 - z = 0$  hiperbolikus paraboloidnak az előző transzformáció végrehajtása után?

**Minden feladat 1 pontos, a nem teljes megoldások lényeges lépéseire részpontszámok kaphatók.**

Beadási határidő: 2019. december 10. (legkésőbb az előadáson).

Jó munkát kívánunk!