

## Hausaufgaben 7.

Differenzieren Sie die folgenden Funktionen:

$$1. \quad y = \frac{x^2 + 2x}{3x^2 + 6} \quad 2. \quad y = \sin \frac{1+x}{1+x^2} \quad 3. \quad y = \lg x^2 \quad 4. \quad y = \frac{x^2 \operatorname{tg} x}{1 + \cos x}$$

$$5. \quad y = e^{-x^2} \quad 6. \quad y = \sqrt{1+x^2} \quad 7. \quad y = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \quad 8. \quad y = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Mit der Anwendung der Differentiationsmethode der impliziten Funktionen schreiben Sie  $\frac{dy}{dx}$  auf:

$$9. \quad y = (1-x^2)^x \quad 10. \quad y = \sqrt[x]{\operatorname{tg} 3x^2}$$

$$(y' = y[\ln(1-x^2) - \frac{2x^2}{1-x^2}]) \quad (y' = y[-\frac{1}{x^2} \ln \operatorname{tg}(3x^2) + \frac{12}{\sin 6x^2}])$$

$$11. \quad x^3 + y^3 - 3axy = 0 \quad 12. \quad y = x + \operatorname{arctg} y \quad 13. \quad xy - y^2 - 3 = 0 \text{ im Punkt } (4, 3)$$

$$\left(\frac{ay-x^2}{y^2-ax}\right) \quad (y' = 1 + \frac{1}{y^2}) \quad (3/2)$$

Stellen Sie die Tangentengleichung an die Kurve im angegebenen Punkt auf

$$14. \quad y = 3x - x^2, \quad x_0 = 1 \quad 15. \quad y = \ln x, \quad x_0 = e \quad 16. \quad y = x + \frac{1}{x}, \quad x_0 = 4$$

$$(y = x + 1) \quad y = \frac{1}{e}x \quad y = \left(\frac{15}{16}(x-4) + \frac{17}{4}\right)$$

17. In welchem Punkt ist die Tangente an der Kurve  $y = x^3 - 6x + 1526$  parallel zu der Geraden  $y = 6(x - \pi)$ ?

$$((-2; 1530), \quad (2; 1522))$$

18. In welchem Punkt ist die Tangente an die Kurve  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1$  horizontal?

$$(0, 1), \quad (2, -\frac{1}{3})$$

19. Schreiben Sie die Gleichungen der Tangenten und der Normalen an die Kurve

$$x^3 + y^3 - 6xy = 0 \quad \text{im Punkt } (3, 3) \quad \text{auf.}$$

$$(y = -x + 6, \quad y = x)$$

Lokale Extremstellen und Extremwerte

Skizzieren Sie den Graphen der folgenden Funktionen, dann mit Hilfe der Ableitung prüfen Sie die Monotonieintervalle und die horizontalen Tangenten (stationäre Punkte).

1.

$$y = x^3 + 6x^2 - 15x + 3$$

$$(x_1 = -5 \text{ Max}, \quad x_2 = 1 \text{ Min.})$$

2.

$$y = x(x+2)^2(x-1)$$

$$(x_1 = -2 \text{ Min}, \quad x_2 = (-1 + \sqrt{33})/8 \text{ Min}, \quad x_3 = (-1 - \sqrt{33})/8 \text{ Max})$$

3.

$$y = \frac{(x-1)(x+1)}{x^2}$$

(kein stationärer Punkt)

4.

$$y = \frac{(x+2)(x-1)^2}{x^3(x-1)}$$

$$(x = -1 - \sqrt{7} \text{ Min}, x = -1 + \sqrt{7} \text{ Max})$$

5.

$$y = \frac{1}{\sin x}$$

$$(x = \frac{-\pi}{2} + 2k\pi \text{ Max}, x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \text{ Min})$$

6.

$$y = \cos(3x - \frac{\pi}{3})$$

$$(x = \frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} \text{ Max}, x = \frac{4\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} \text{ Min})$$