

Hausaufgaben 2.

Komplexe Zahlen

1. Es seien $z = 2 + 3i$ und $w = 6 - 2i$. Berechnen Sie die folgenden Werte:

$$3z - 2w, \quad z \cdot w, \quad |z|, \quad z \cdot \bar{z}, \quad 2z + \bar{w}, \quad \frac{1}{\bar{z}}, \quad \frac{z}{w}, \quad w^2, \quad w^3$$

$$(-6 + 13i, 18 + 14i, \sqrt{13}, 13, 10 + 8i, \frac{2}{13} + \frac{3}{13}i, \frac{3}{20} + \frac{11}{20}i, 32 - 24i, 144 - 208i)$$

2. Schreiben Sie die komplexen Zahlen in trigonometrischer Form auf:

$$1 - \sqrt{3}i, \quad -2 + 2\sqrt{3}i, \quad -2\sqrt{3} + 2i, \quad -8 - 8i, \quad 3\sqrt{3} + 3i$$

$$(2, \frac{5\pi}{3}; 4, \frac{2\pi}{3}; 4, \frac{5\pi}{6}, 8\sqrt{2}, \frac{5\pi}{4}; 6, \frac{\pi}{6})$$

3. Führen Sie die Operationen in der trigonometrischen Form durch:

$$(1 - i) \cdot (1 + i); \quad \frac{1 - i}{1 + i}; \quad \frac{1}{2i}; \quad (2 + 2i)^5, \quad (-3 + \sqrt{3}i)^4.$$

$$(2, -i, -\frac{1}{2}i, -128 - 128i, 144(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3}))$$

4. Zeichnen Sie die Bereiche in der komplexen Ebene

$$\operatorname{Im} z > 2; \quad -2 < \operatorname{Re} z < 1; \quad -\pi < \operatorname{arc} z < \pi; \quad |2z + 3| > 4.$$

5. Führen Sie die folgenden Operationen an $z = 2 + 3i$ aus:

Spiegelung an der reellen Achse;

Rotation mit 30° ;

Streckung auf das Dreifache.

$$(2 - 3i)$$

$$(\sqrt{3} - \frac{3}{2} + i(\frac{3\sqrt{3}}{2} + 1))$$

$$(6 + 9i)$$

6. $\sqrt[3]{-8}$;
 $\sqrt[6]{+1}$;
 $\sqrt[3]{-8i}$.

$$(-2, 1 + \sqrt{3}i, 1 - \sqrt{3}i)$$

(die 6-ten Einheitswurzeln)

$$(2i, -\sqrt{3} - i, \sqrt{3} - i)$$

7. Lösen Sie die Gleichungen:

$$x^2 - 4x + 9 = 0,$$

$$(2 \pm i\sqrt{5})$$

$$x^4 + 16 = 0,$$

$$(\sqrt{2} + i\sqrt{2}, -\sqrt{2} + i\sqrt{2}, -\sqrt{2} - i\sqrt{2}, \sqrt{2} - i\sqrt{2})$$

$$z^2 = \frac{(2 - i)(2 + i)}{3i},$$

$$(-\sqrt{\frac{5}{6}} + i\sqrt{\frac{5}{6}}, \sqrt{\frac{5}{6}} - i\sqrt{\frac{5}{6}})$$

$$iz^4 = 2i^2 - 4i^4 + 6i^6 - 4i^8.$$

$$(2(\cos(\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}) + i \sin(\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2})), k = 0, 1, 2, 3)$$