Hausaufgaben 3.

Vektoren

1. Gegeben sind der Ortsvektor $\mathbf{m}$ des Mittelpunktes und die Ortsvektoren $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ von zwei benachbarten Eckpunkten im regulären Sechseck. Schreiben Sie die Ortsvektoren der anderen Eckpunkte auf.
2. $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ sind nicht parallel, und $\alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} = (\beta+1)\mathbf{a} - (\alpha-1)\mathbf{b}$ gilt. Berechnen Sie α und β.
3. Zeigen Sie, daß die Punkte mit den Ortsvektoren $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ und $5\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$ kollinear sind (auf einer Geraden liegen).
4. Gegeben sind die Punkte $A(4,-1,3)$, $B(5,4,1)$. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes $C(7,x,y)$ so, dass die drei Punkte auf einer Geraden liegen.

$(x = 14, z = -3)$

5. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes, der die Strecke von $A(5,2,-1)$ und $B(-3,0,4)$ im Verhältnis $3:2$ teilt.

Lineare Kombination, lineare Unabhängigkeit

1. Schreiben Sie die parallele Zerlegung von $\mathbf{v}(0,-2,8)$ in den Richtungen $\mathbf{a}(0,3,2)$, $\mathbf{b}(1,6,-1)$ und $\mathbf{c}(2,1,0)$ auf.
2. Prüfen Sie, ob die Vektoren $\mathbf{a}(-9,9,3)$, $\mathbf{b}(1,0,2)$ und $\mathbf{c}(1,1,1)$ linear unabhängig sind.

Skalarprodukt

1. Berechnen Sie den Wert von z, wenn $\mathbf{a}(3,-6,1)$ orthogonal zu $\mathbf{b}(12,4,z)$ ist.
2. Berechnen Sie den Cosinus der Winkel, die der Vektor $\mathbf{v}(4,-1,8)$ mit den positiven Koordinatenachsen bildet (Richtungscosinus).
3. Zeigen Sie, daß die Punkte $A(0,0,0)$, $B(4,3,1)$, $C(8,4,-2)$ und $D(4,1,-3)$ die Eckpunkte eines Rhombus sind.
4. Berechnen Sie die orthogonale Projektion des Vektors $\mathbf{a}(-9,1,1)$ auf der Geraden in Richtung $\mathbf{v}(5,-6,30)$.
5. Spiegeln Sie den Vektor $\mathbf{a}(3,-6,9)$ an der Richtung des Vektors $\mathbf{b}(2,-2,1)$.

$(9,-6,-3)$

Vektorprodukt

1. Für welche x und y ist der Vektor $\mathbf{c}(x,y,16)$ orthogonal zu den Vektoren $\mathbf{a}(1,5,4)$ und $\mathbf{b}(-1,3,1)$?

(x=-14, y=-10)

2. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks $ABC\triangle$, wo $A(1,0,2)$, $B(4,3,8)$, $C(0,4,-6)$.

$(3\sqrt{317}/2)$

3. $\mathbf{a}(-1,0,2)$ und $\mathbf{b}(1,1,0)$ sind Kantenvektoren eines geraden Prismas. Bestimmen Sie den dritten Kantenvektor, dessen Betrag 9 ist.

(-6,6,-3), (6,-6,3)

4. Berechnen Sie die Höhe des Dreieckes bezüglich B, dessen Eckpunkte $A(1,-1,2)$, $B(5,-6,2)$ und $C(1,3,-1)$ sind.

$(h = 5)$

Spatprodukt

1. Berechnen Sie das Volumen des Tetraeders $ABCD$, $A(2,-1,1)$, $B(5,5,4)$, $C(3,2,-1)$, $D(4,1,3)$. Spiegeln Sie den Punkt D an der Ebene ABC.

(V=3)

2. Entscheiden Sie, ob die Punkte $A(1,2,-1)$, $B(0,1,5)$, $C(-1,2,1)$ und $D(2,1,3)$ in einer Ebene liegen.

(die Punkte sind in einer Ebene)

3. Das Volumen des Tetraeders $ABCD$ beträgt 5 Einheiten. Drei Eckpunkte $A(2,1,-1)$, $B(3,0,1)$ und $C(2,-1,3)$ sind bekannt. Der Eckpunkt D liegt auf der y Achse. Bestimmen Sie die Koordinaten von D.

(D(0,8,0) oder D(0,-7,0))