

Hausaufgaben 5.

Zahlenfolgen

1) Sind die folgenden Zahlenfolgen konvergent? Wenn ja, berechnen Sie ihren Grenzwert!

$$a_n = \begin{cases} n^2 & \text{falls } n < 10, \\ \frac{-1}{n^2} & \text{falls } n \geq 10. \end{cases}$$

(0)

$$a_n = \begin{cases} 3^{-n} & \text{falls } n \leq 400, \\ 3^n & \text{falls } n > 400. \end{cases}$$

div.

$$a_n = \frac{\sqrt{3n+2000}}{\sqrt{2n-1999}};$$

$(\sqrt{3/2})$

$$a_n = \frac{n^2 - 6n + 7}{3n^2 + 12n + 49};$$

(1/3)

$$a_n = \frac{1 + 2 + \dots + n}{n + 2} - \frac{n}{2};$$

(-1/2)

$$a_n = \frac{2^n}{3^n + 1} \sin \frac{1}{n};$$

(0)

$$a_n = \sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2 - n + 1};$$

(1)

$$a_n = \frac{2(-1)^n}{3\sqrt[3]{n} + 1};$$

(0)

$$a_n = \left(\frac{n-1}{3n} \right)^{2n+1};$$

(0)

$$a_n = \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)^n.$$

(1)

2) Die Folge

$$0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$$

konvergiert gegen a .

Ab welchen Index gilt $|a_n - a| < \epsilon$, wo $\epsilon = 10^{-3}$ bzw. $\epsilon = 10^{-6}$?

3)

$$a_n = \frac{4^n}{3 \cdot 4^n + 1} \rightarrow a, \quad \text{wenn } n \rightarrow \infty.$$

Ab welchen n gilt $|a_n - a| < 10^{-30}$?

4) Die Folge

$$a_n = \frac{3^n}{2^{n+1}}$$

divergiert. Ab welchen Index gilt $a_n > K$, wenn $K = 10^{20}$, bzw. $K = 10^{30}$?