

Hausaufgaben 8.

Lokale Extremstellen und Extremwerte

1.

$$y = x^3 + 6x^2 - 15x + 3$$

$$(x_1 = -5 \text{ Max.}, x_2 = 1, \text{ Min.})$$

2.

$$y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(x_0 = 0 \text{ Min.})$$

3.

$$y = x^x$$

$$(x_0 = 1/e \text{ Min.})$$

4. Eine Kiste mit quadratischer Basisfläche (oben offen) soll das Volumen V und minimale Oberfläche haben. Was sind die Daten?

$$(\text{Kantenlänge der Basis} = \sqrt[3]{2V}, \text{Höhe} = V/\sqrt[3]{4V^2})$$

5. Bestimmen Sie den kleinsten und größten Abstand des Punktes $A(2, 0)$ von den Punkten des Kreises $x^2 + y^2 = 1$.

$$(1 \text{ und } 3)$$

6. Bestimmen Sie den Kegel des größten Volumens, der in der Kugel mit Radius a eingeschrieben ist.

$$(r^2 = \frac{8}{9}a^2, h = \frac{4a}{3}, V = \frac{32}{81}a^3\pi)$$

Berechnen Sie $\frac{dy}{dx}$ der parametrischen Funktionen:

1.

$$x = e^t \cos t, \quad y = e^t \sin t$$

2.

$$x = a(t - \sin t), \quad y = a(1 - \cos t)$$

$$(\text{ctg} \frac{t}{2})$$

Grenzwertberechnung mit der l'Hospital-Regel

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}$$

$$(1)$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$$

$$(2)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x} \right)$$

$$(-1/3)$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\text{tg} x}$$

$$(1)$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} (\arcsin x \cdot \text{ctg} x)$$

$$(1)$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$$

$$(1/2)$$