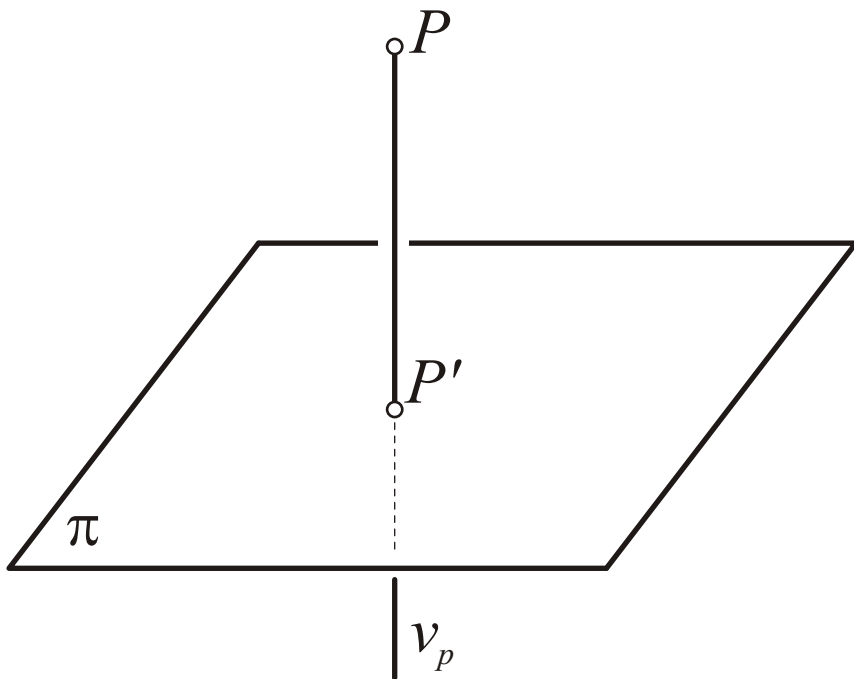


**A MERŐLEGES VETÍTÉS
ÉS
A KÉTKÉPSÍKOS ÁBRÁZOLÁS**

A merőleges vetítés definíciója



π egy rögzített sík:
képsík

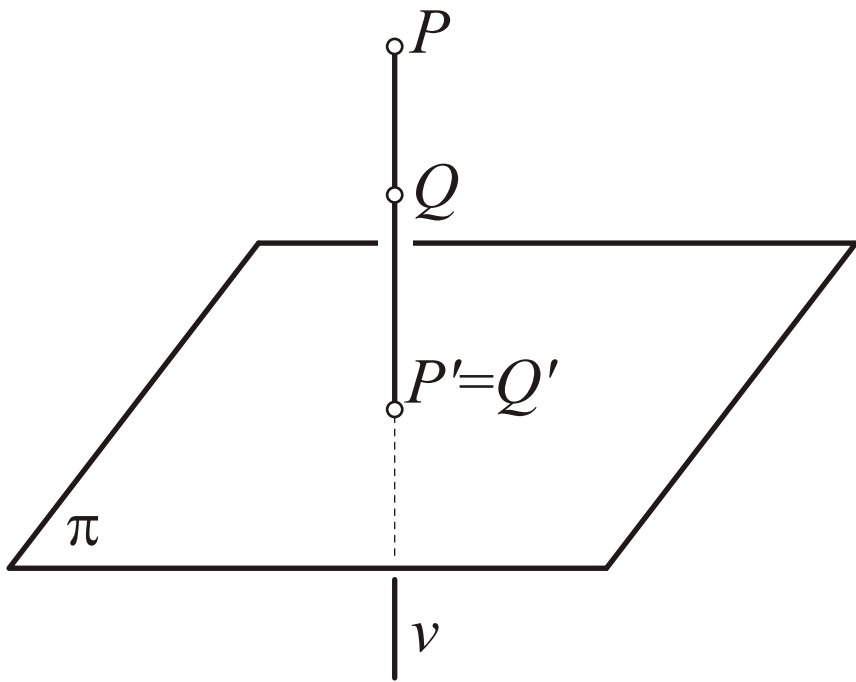
P tetszőleges pont

$\nu_p : P \in \nu_p \perp \pi$

P *vetítőszugara*

$P' = \nu_p \cap \pi$

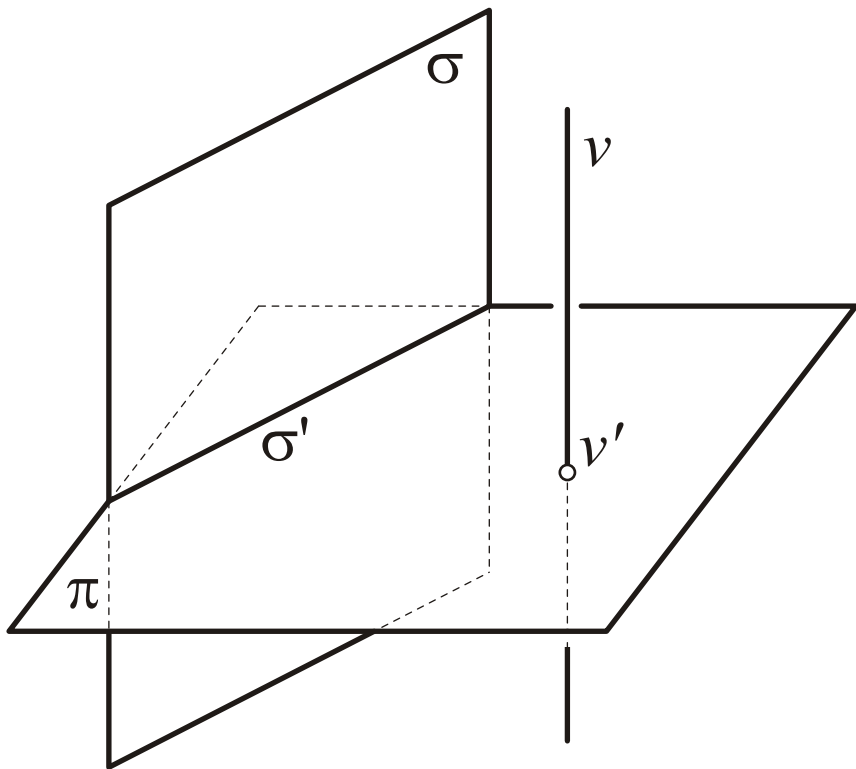
P *képe* v. *vetülete*



$$P \neq Q; \quad P, Q \in \nu \perp \pi;$$

$$P' = Q'$$

A merőleges vetítés *egyértelmű*,
de *nem kölcsönösen egyértelmű* leképezés



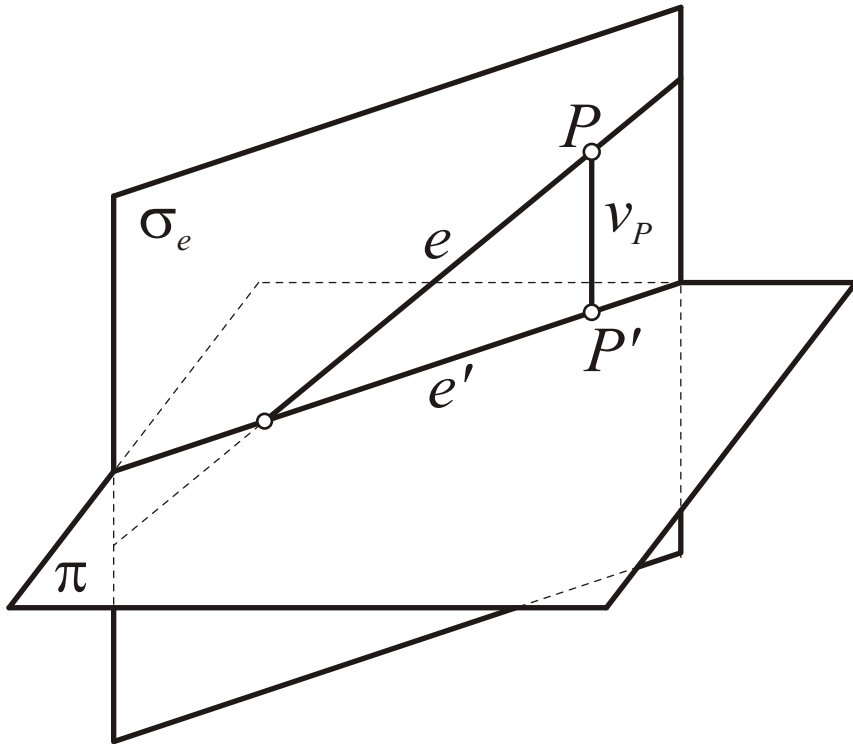
$\nu \perp \pi$ *vetítőegyenes* ν .
vetítősugar.

Képe $\nu' = \nu \cap \pi$
 egyetlen pont.

$\sigma \perp \pi$ *vetítősík.*

Képe $\sigma' = \sigma \cap \pi$
 egy egyenes.

Hasonlóan, a képsíkkal párhuzamos egyenest *főegyenesnek*,
 a képsíkkal párhuzamos síkot *fősíknak* mondjuk



e általános helyzetű
(nem vetítő) egyenes

$\sigma_e : e \subset \sigma_e \perp \pi$

e vetítősíkja

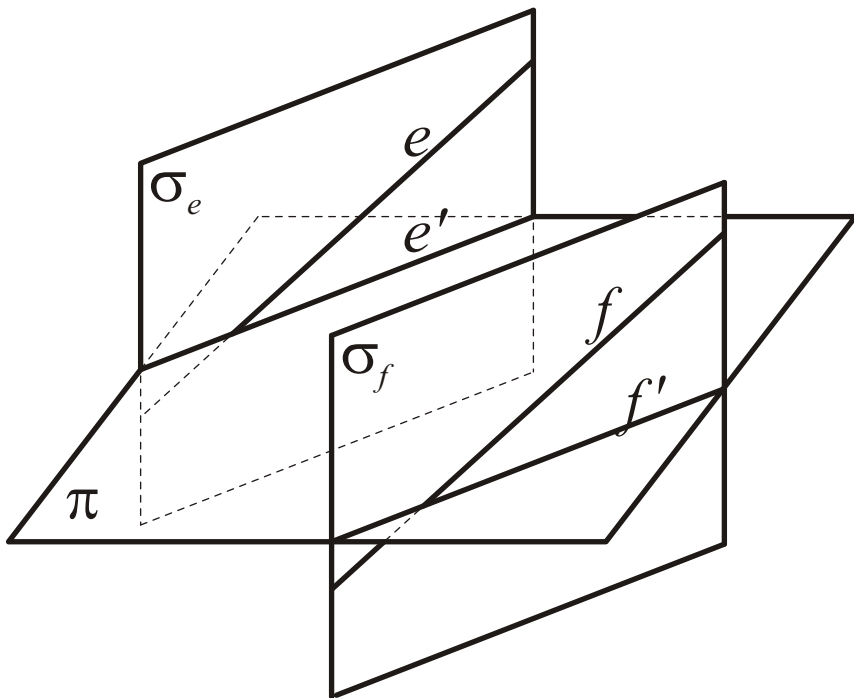
$e' = \sigma_e \cap \pi$

egy egyenes,

$P \in e \Rightarrow v_P \subset \sigma_e$

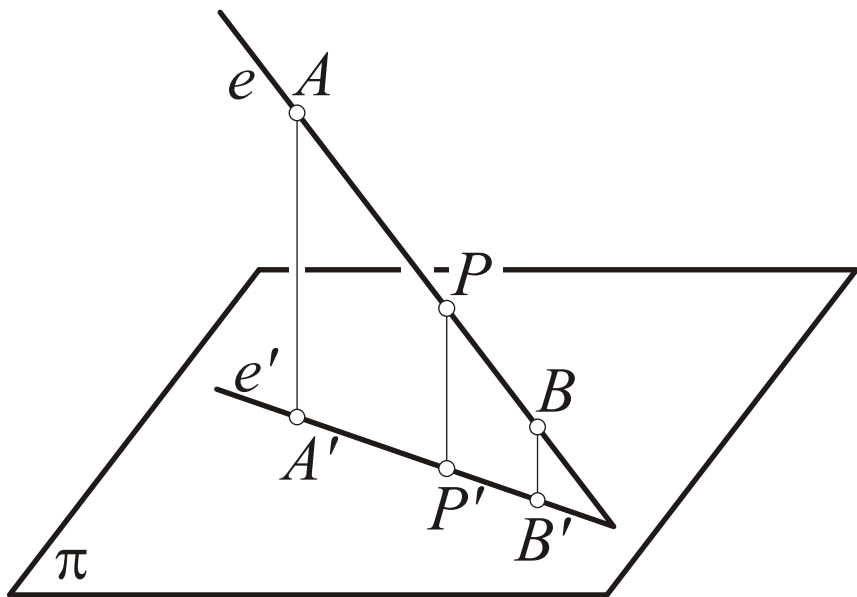
$\Rightarrow P' \in e'$

A merőleges vetítés
egyenesstartó és *illeszkedéstartó* leképezés



$e \parallel f$ általános egyenesek
 $\Rightarrow \sigma_e \parallel \sigma_f \Rightarrow e' \parallel f'$

A merőleges vetítés
párhuzamosság-tartó leképezés



e egy (irányított) általános helyzetű egyenes,

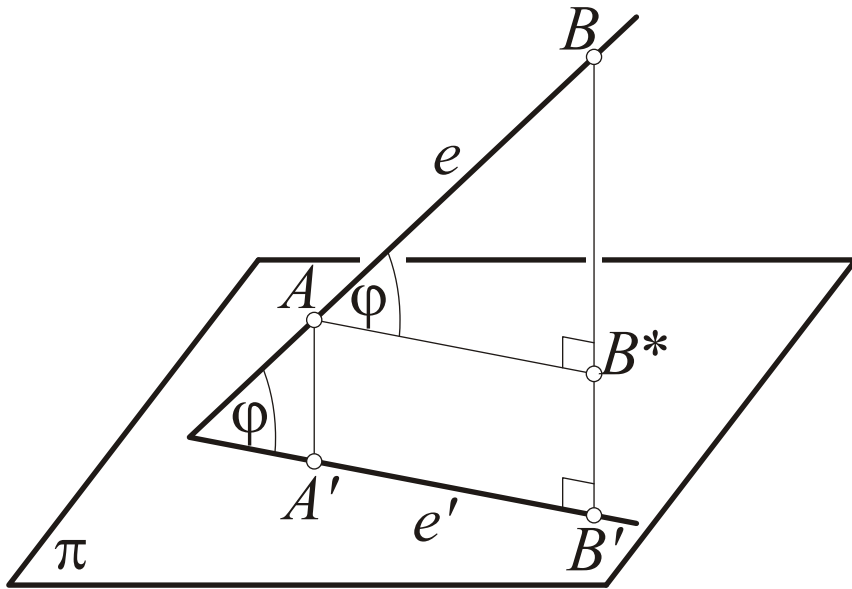
$A, P, B \in e$

$\Rightarrow A', B', C' \in e'$

A párhuzamos szelők tételéből:

$A'P' : P'B' = AP : PB$

A merőleges vetítés
osztóviszonytartó leképezés

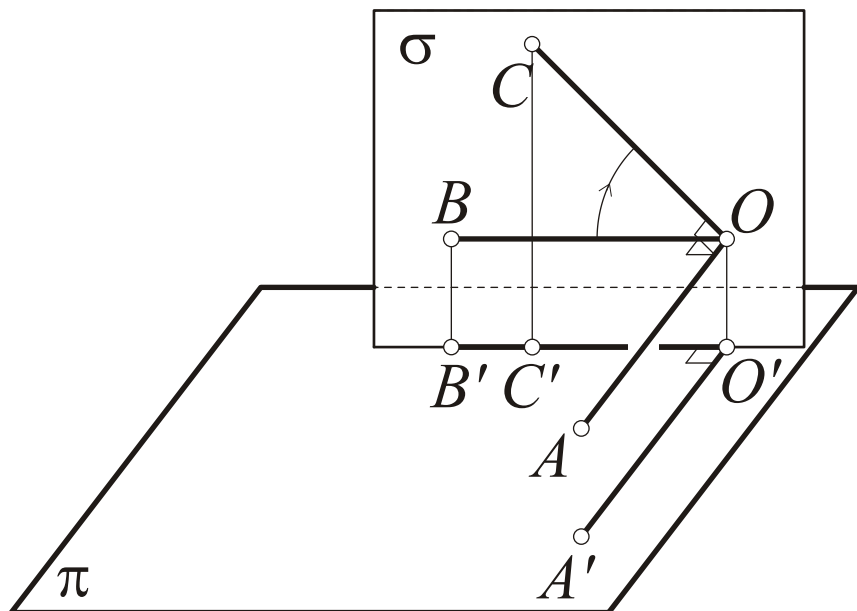


e tetszőleges egyenes
 $A, B \in e; \varphi = (e, \pi) \angle$
 $\Rightarrow A'B' = AB^* =$
 $= AB \cos \varphi \leq AB,$

$A'B' = AB \Leftrightarrow \varphi = 0$
 $\Leftrightarrow e \parallel \pi$ (e főegyenes)

Egy szakasz merőleges vetülete nem lehet hosszabb az eredeti szakasznál. Hosszuk csakis akkor egyenlő, ha a szakasz tartóegyenes ***főegyenes***.

A merőleges vetítés ***nem távolságtartó, nem szögtartó, és nem aránytartó*** leképezés.

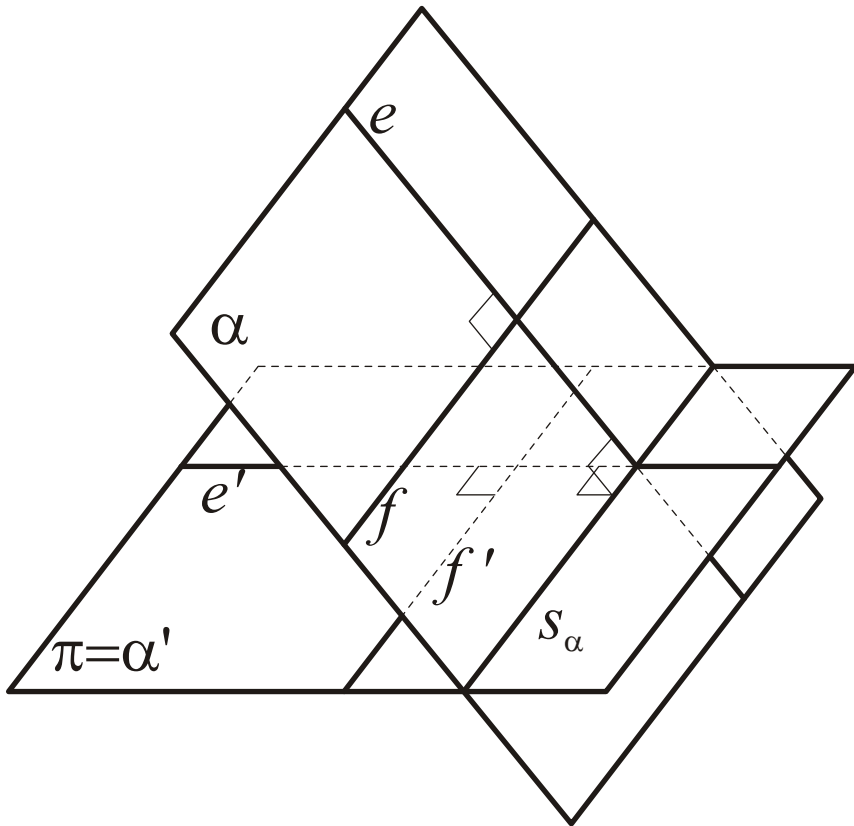


Az $AOB\angle$ derékszög,
 $AO, OB \parallel \pi$
 $\Rightarrow A'O'B'\angle$ is derékszög

Az $AOC\angle$ az $AOB\angle$
 elforgatottja AO körül
 $\Rightarrow AOC\angle$ is derékszög

A forgatás közben OB
 végig a σ vetítősíkban
 marad $\Rightarrow OC \subset \sigma$.

***Ha egy derékszög egyik szára párhuzamos a képsíkkal,
 akkor a derékszög merőleges vetülete is derékszög.***



α egy általános helyzetű
(nem vetítő) sík

$$\Rightarrow \alpha' = \pi.$$

$$s_\alpha = \alpha \cap \pi$$

(α nyomvonala)

$$f: f \subset \alpha, f \parallel \pi \quad (f \parallel s_\alpha)$$

α egy **fővonala**

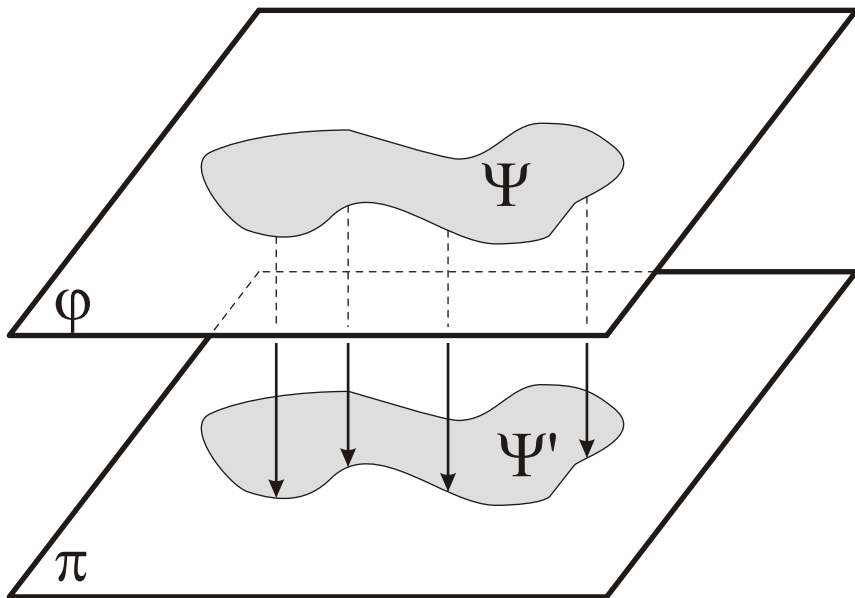
$$e: e \subset \alpha, e \perp f \quad (e \perp s_\alpha)$$

α egy **esésvonala**

$$e \perp f \text{ és } f \parallel \pi \Rightarrow e' \perp f'$$

$$(\alpha, \pi) \sphericalangle = (e, e') \sphericalangle$$

Egy általános helyzetű sík merőleges vetülete a teljes képsík



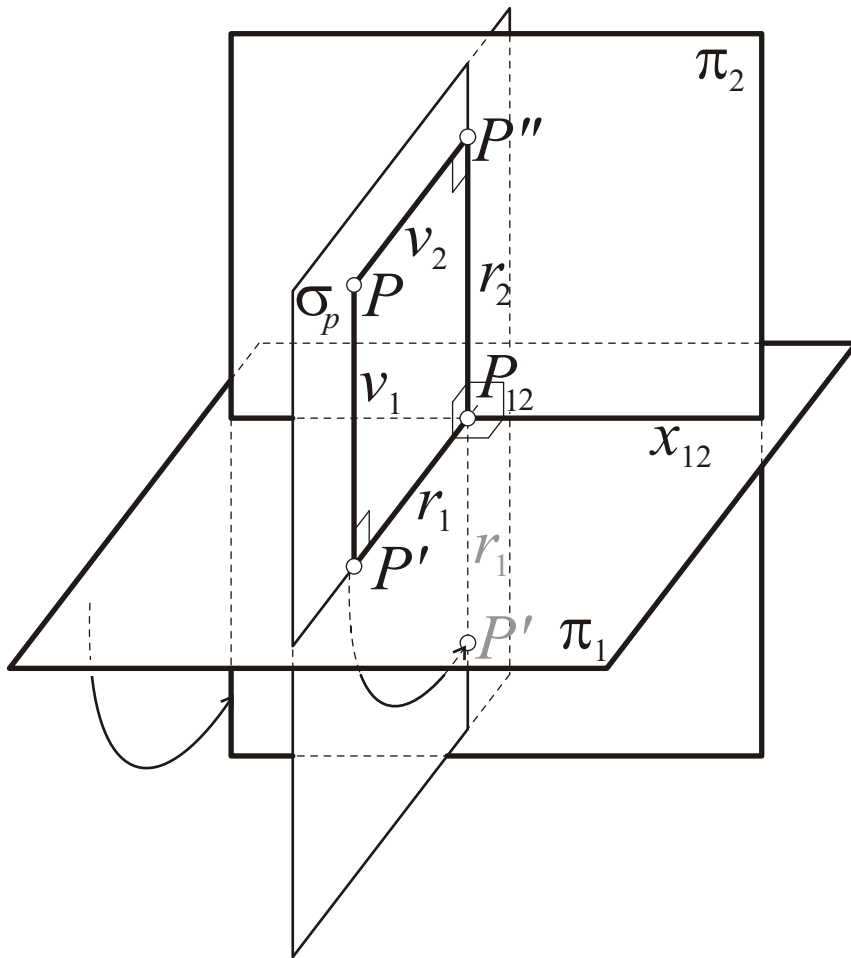
$\varphi \parallel \pi$ *fő sík*

φ merőleges vetítése π -re
párhuzamos eltolás
(egybevágóság)

$$\Psi \subset \varphi \Rightarrow \Psi' \cong \Psi$$

Fő síkra illeszkedő alakzat merőleges vetülete egybevágó az eredeti alakzattal.

A kétképsíkós ábrázolás



$\pi_1 \perp \pi_2$ rögzített képsíkok
képsíkrendszer

alkotnak: I. és II. képsík
 $x_{12} = \pi_1 \cap \pi_2$ a képsíkrend-
szer ***tengelye***.

v_1 és v_2 a P pont I. és II.
vetítősugara

P' és P'' a P pont I. és II.
képe

r_1 és r_2 a P pont I. és II.
rendezője

v_1 és v_2 valamint r_1 és r_2
téglalapot alkotnak

σ_p -ben, P vetítősíkjában

Végül π_1 -et x_{12} körül 90° -kal elforgatva π_1 -et és π_2 -t egyesítjük



A kétképsíkos ábrázolást
Monge-féle ábrázolásnak
is szokás nevezni

GASPARD MONGE
(1746 – 1818)
francia matematikus,
„az ábrázoló geometria atyja”