

Klinogonális axonometria

Pohlke tétele

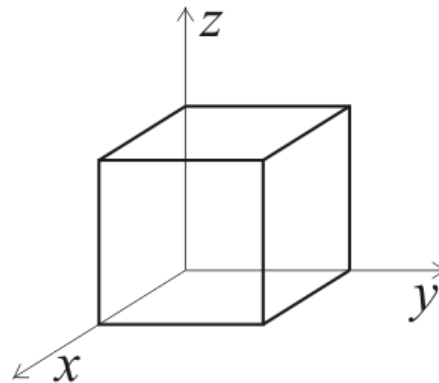
Az alakzatokat továbbra is a hozzájuk rögzített térbeli derékszögű koordináta-rendszerrel együtt párhuzamos sugarakkal vetítjük a képsíkra. Ha ezek a vetítősugarak nem merőlegesek a képsíkra, *ferdeszögű* v. *klinogonális axonometriáról* beszélünk.

Pohlke tétele: *A tengelykereszt és a tengelyeken fellépő rövidülések aránya tetszőlegesen megadható.* Mindig előállítható a térbeli derékszögű koordináta-rendszernek egy alkalmas állása és a vetítősugarak iránya úgy, hogy képként az adott tengelykeresztet kapjuk a rövidülések adott arányával. (KARL WILHELM POLKE, német matematikus, 1810–1876.)

A tengelykereszt és a rövidülések arányának megválasztásában tehát nagy szabadsági fokunk van. Törekedni kell azonban a *képiesség megőrzésére*.

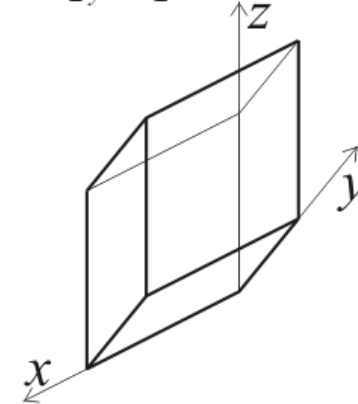
$$q_x : q_y : q_z = 31 : 50 : 50$$

az egységkocka képe:



képies

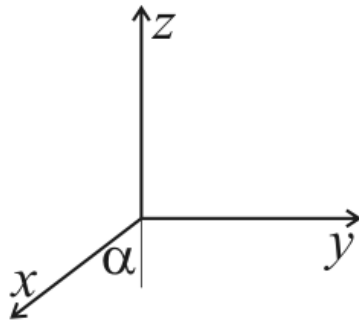
$$q_x : q_y : q_z = 19 : 11 : 20$$



nem képies

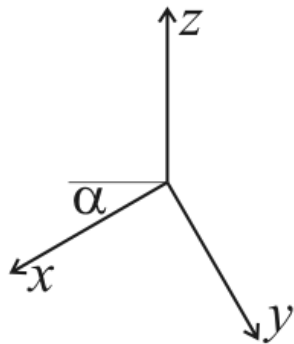
Gyakran használt tengelykeresztek

Frontális axonometria: $y \perp z$



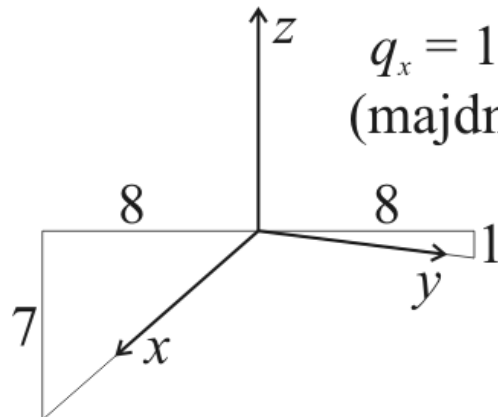
$\alpha = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ;$
 $q_x = 1/2, 2/3, 1;$
 $q_y = q_z = 1;$
 ($\alpha = 45^\circ, q_x = 1$: kavalier
 perspektíva)

Horizontális axonometria v. katona perspektíva: $x \perp y$



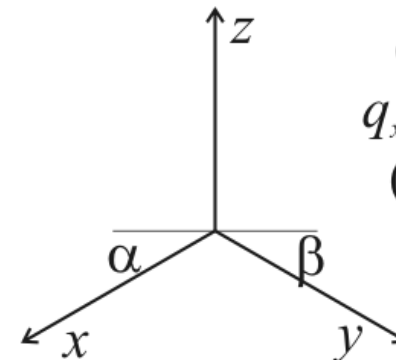
$\alpha = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ;$
 $q_x = q_y = 1;$
 $q_z = 1/2, 2/3, 1.$

Konvencionális axonometria



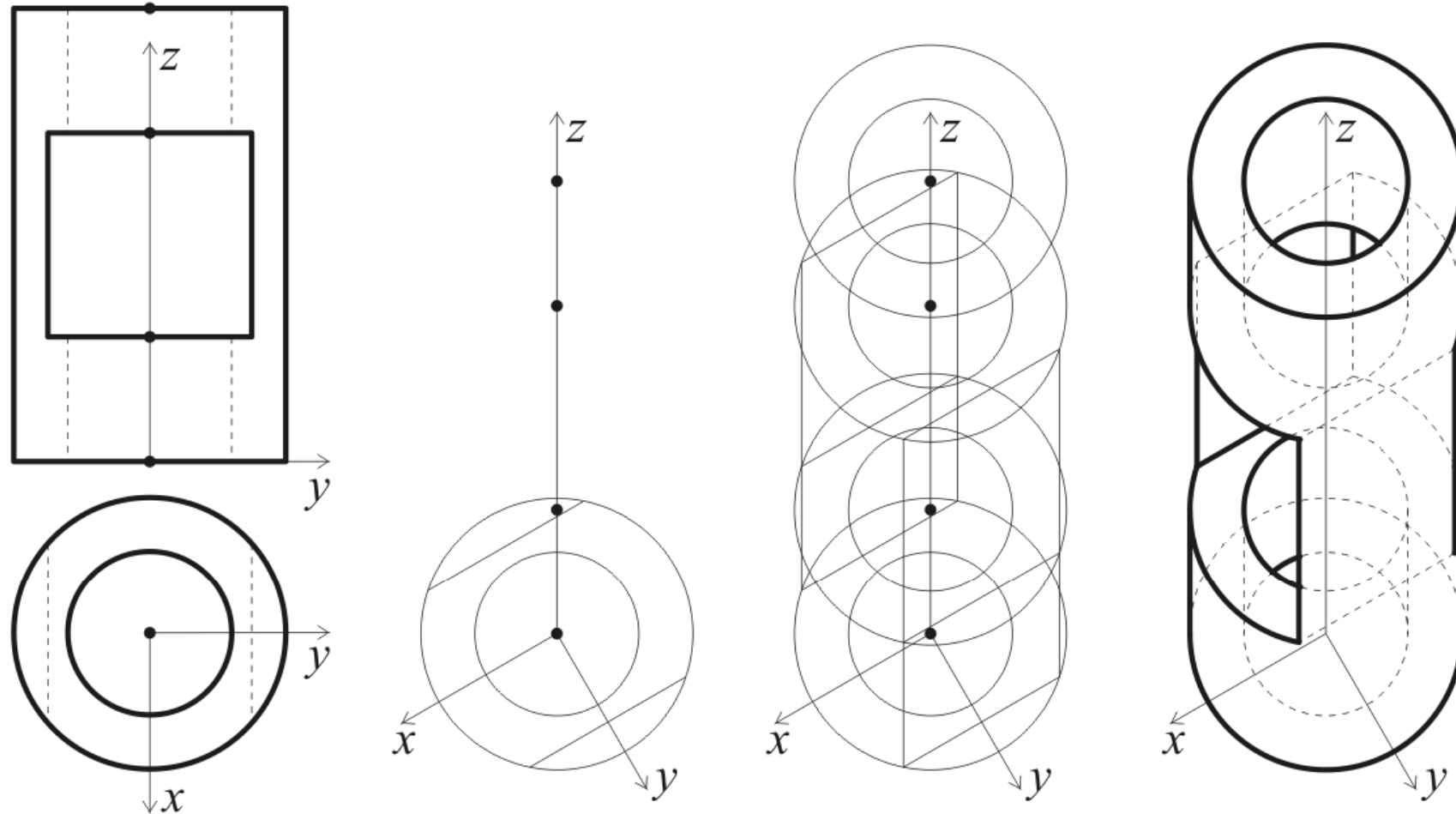
$q_x = 1/2, q_y = q_z = 1;$
 (majdnem ortogonális)

Izometrikus axonometria



$\alpha = \beta = 30^\circ;$
 $q_x = q_y = q_z = 1;$
 (ortogonális)

Vetületeivel adott alakzat ábrázolása



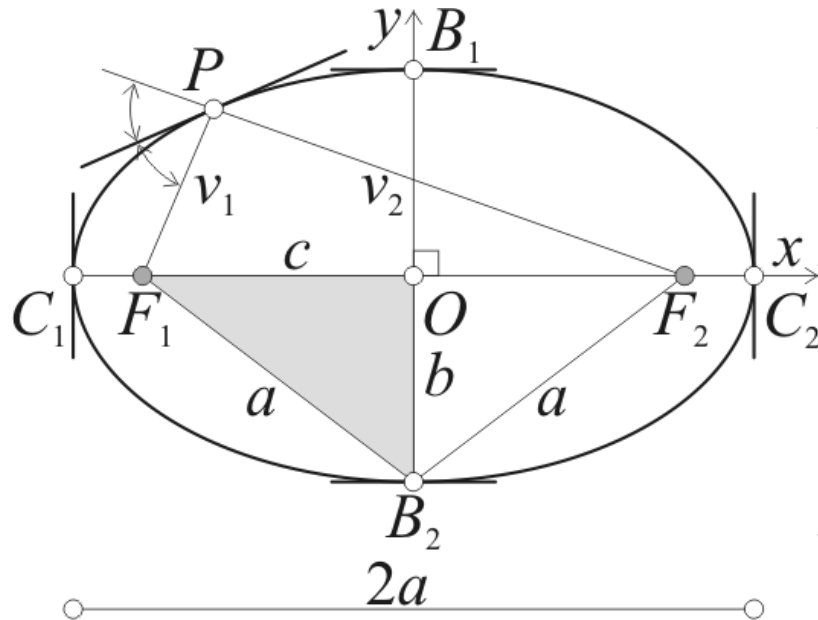
Ábrázoljuk az előlnézeti és felülnézeti képeivel adott alkatrészt katona perspektívában: $\alpha = 30^\circ$, $q_x = q_y = q_z = 1$.

Az alaprajz axonometrikus képe egybevágó a felülnézettel, így azt megfelelően elforgatva egyszerűen átmásoljuk. Mivel $q_z = 1$, az egyes szinteket is közvetlenül mérhetjük föl a z tengelyre.

Elkészítjük a test éleinek struktúráját, és végül feltüntetjük a láthatóságot.

Az ellipszis, a hiperbola és a parabola

Az ellipszis



Ellipszis: $2a > F_1F_2$; $\{P : PF_1 + PF_2 = 2a\}$.

F_1, F_2 : fókuszok, $F_1F_2 = 2c$ fókusz távolság;

C_1, C_2 : csúcsok, $C_1C_2 = 2a$ nagytengely;

B_1, B_2 : kistengely végpontok, $B_1B_2 = 2b$;

C_1C_2, B_1B_2 szimmetria tengelyek,

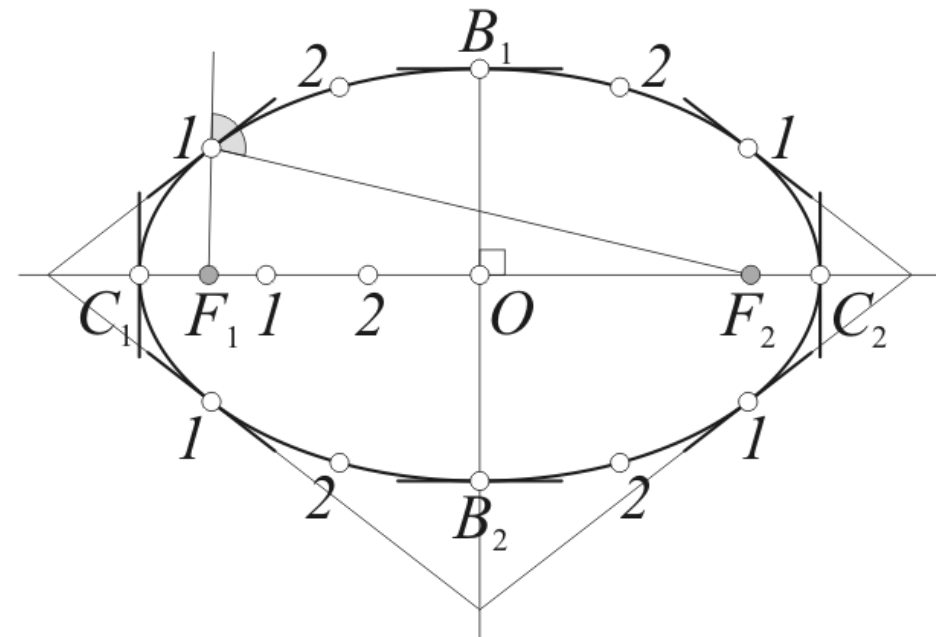
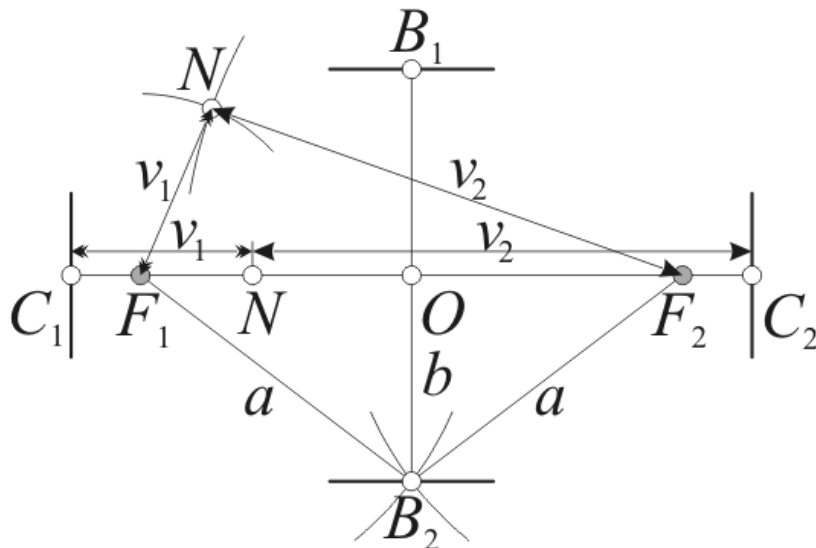
O szimmetria centrum.

$v_1 = PF_1$ és $v_2 = PF_2$ a P pont vezérsugarai;

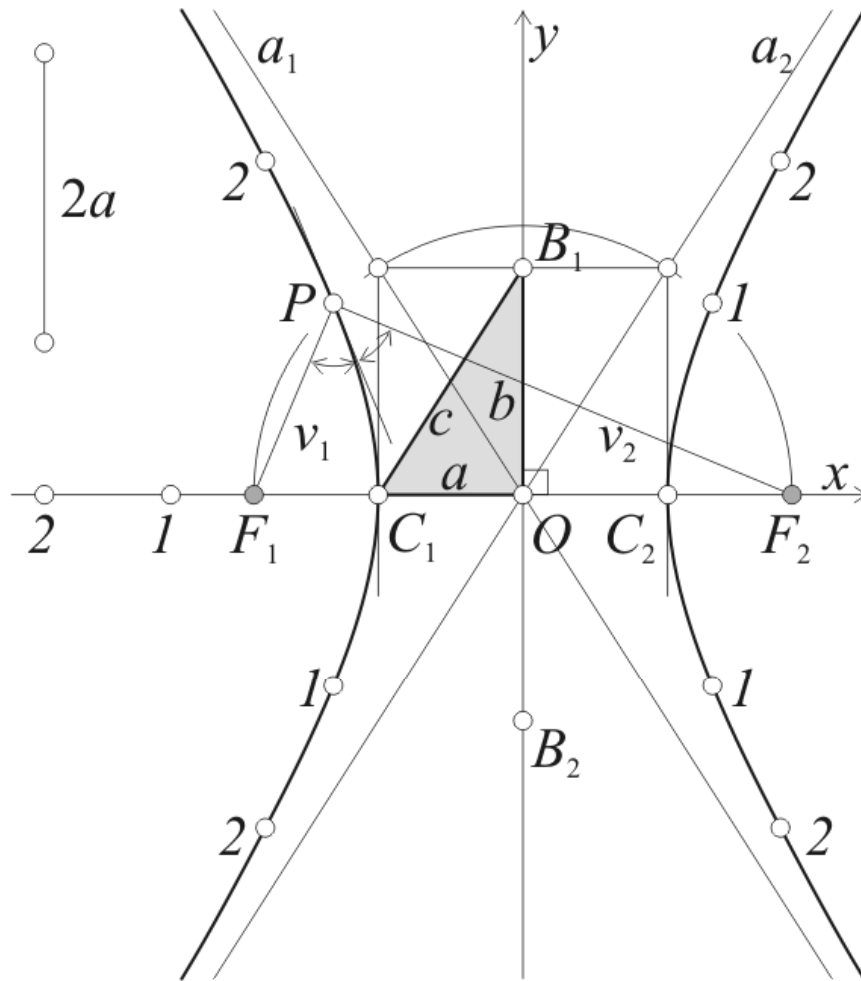
P -ben az érintő kívül felezi v_1 és v_2 szögét.

$$b^2 + c^2 = a^2$$

$$(x^2 / a^2) + (y^2 / b^2) = 1$$



A hiperbola



Hiperbola:

$$2a < F_1F_2; \{P : |PF_1 - PF_2| = 2a\}.$$

F_1, F_2 : fókuszok, $F_1F_2 = 2c$ fókusz táv.;

C_1, C_2 : csúcsok, $C_1C_2 = 2a$ valós tengely;

B_1, B_2 : képzetes t. végpontok, $B_1B_2 = 2b$;

C_1C_2 , B_1B_2 szimmetria tengelyek,

O szimmetria centrum.

$\vec{v}_1 = PF_1$ és $v_2 = PF_2$ a P vezérsugarai;

P -ben az érintő belül felezi v_1, v_2 szögét.

Az a_1, a_2 aszimptotáknak a csúcsérintők-

kel alkotott metszéspontja illeszkedik

F_1F_2 Thalész-körére.

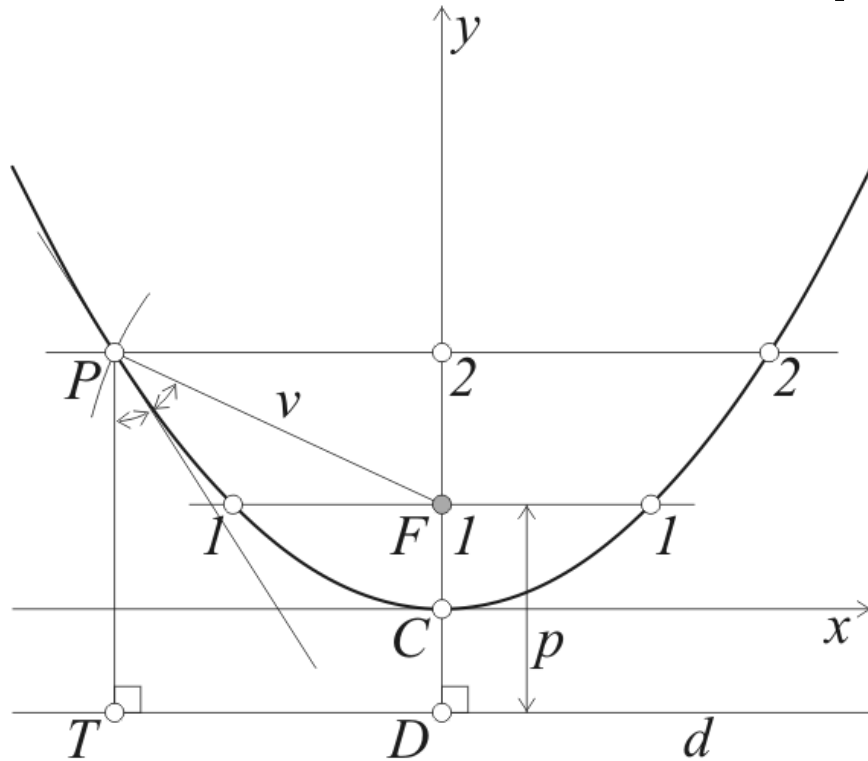
$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$(x^2 / a^2) - (y^2 / b^2) = 1 \quad \text{a görbe;}$$

$y = \pm bx/a$ az aszimptoták.

Hiperbola pontok szerkesztéséhez a valós tengelyen a fókuszról kifelé haladva növekvő közökkel veszünk föl osztópontokat ($1, 2, \dots$). Az ezekhez tartozó görbepontok vezérsugarainak hossza az osztópont és a csúcspontok távolsága. Például $v_1 = 1C_1$ és $v_2 = 1C_2$; a görbe megfelelő pontjai négyesével adódnak.

A parabola



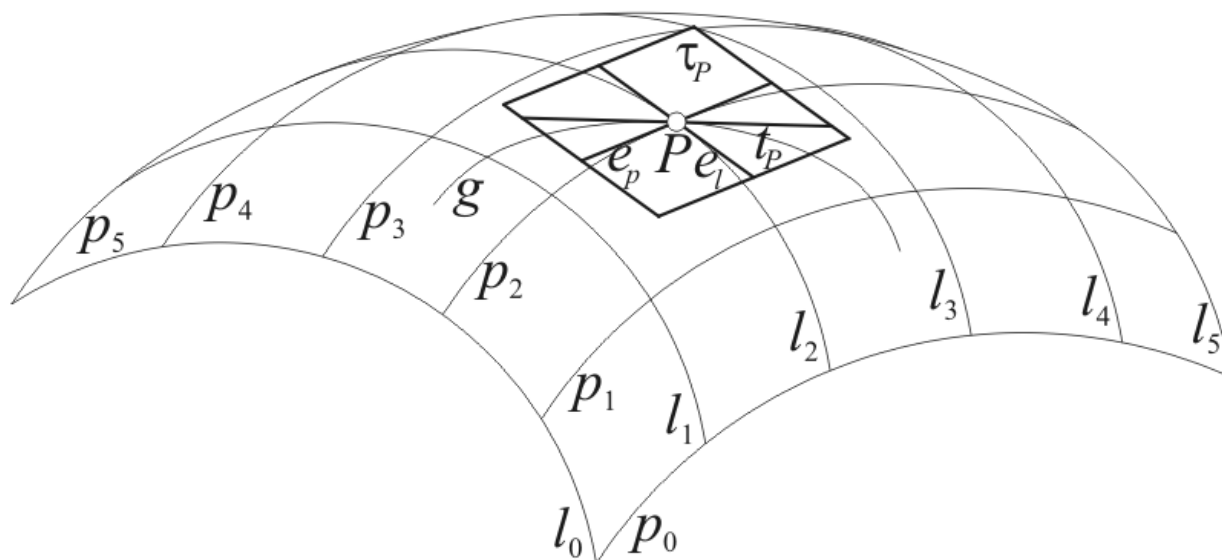
Parabola: $\{P : PF = Pd\}$. F : fókusz,
 d direktrix, $Fd = FD = p$ paraméter;
 C csúcspont felezi FD -t;
 FD egyenes szimmetria tengely,
a d -re merőleges egyenesek az átmérők.
 P -ben az érintő felezi a $v = FP$ vezérsu-
gár és a direktrixre bocsátott PT merőle-
ges szögét.

$$y = x^2 / 2p$$

Parabola pontok szerkesztéséhez a tengelyen a csúcsponttól indulva a tengely irányában haladva növekvő közökkel veszünk föl osztópontokat (1, 2, ...). Az ezekhez tartozó görbepontok vezérsugarainak hossza D és az osztópont távolsága lesz (pl. $v = D2$). F körül ezzel a sugárral körívezve metszhetjük ki az osztóponton áthaladó d -vel párhuzamos szelő egyeneséből a görbe megfelelő pontjait.

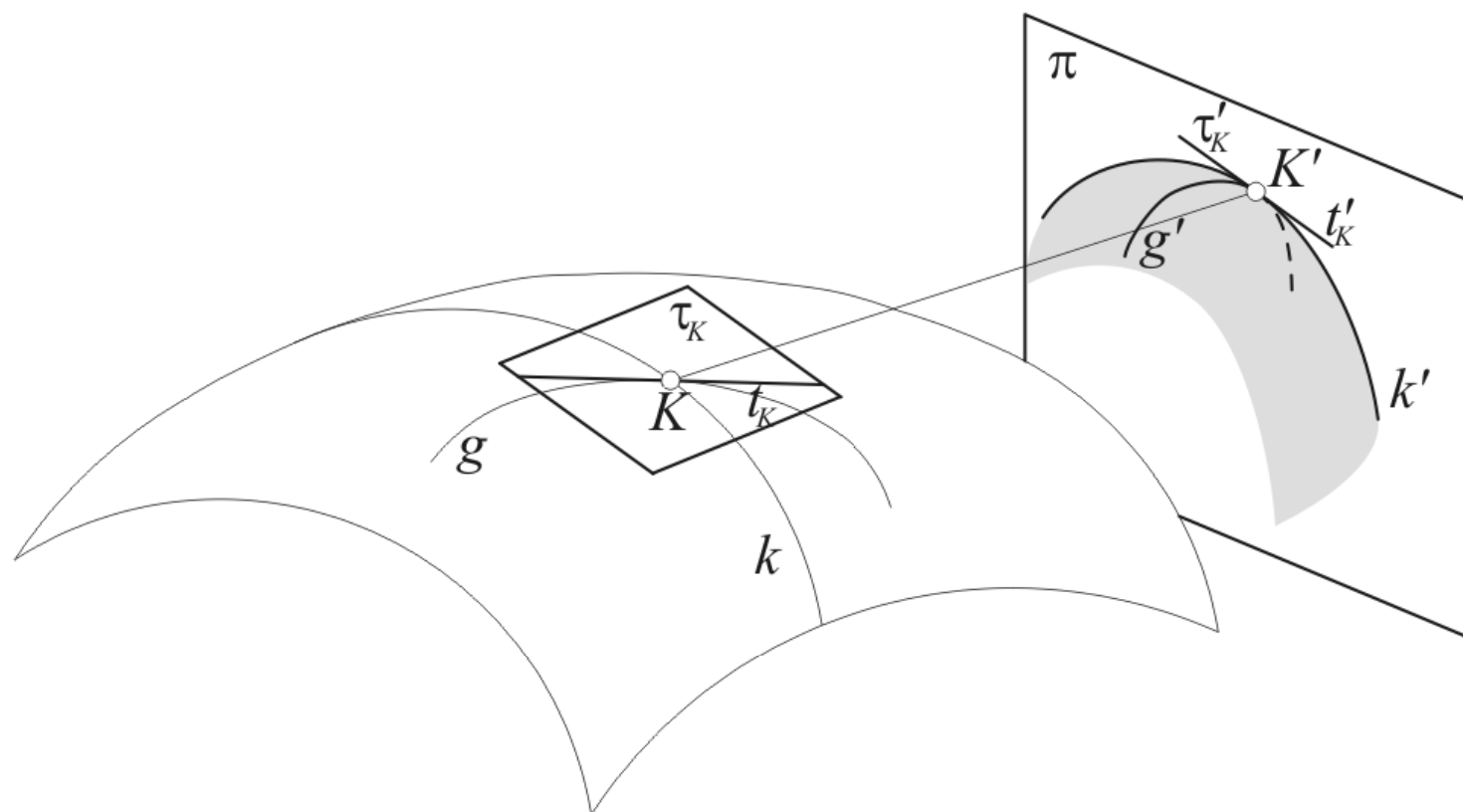
Felületek ábrázolása

A felület származtatása, érintősík



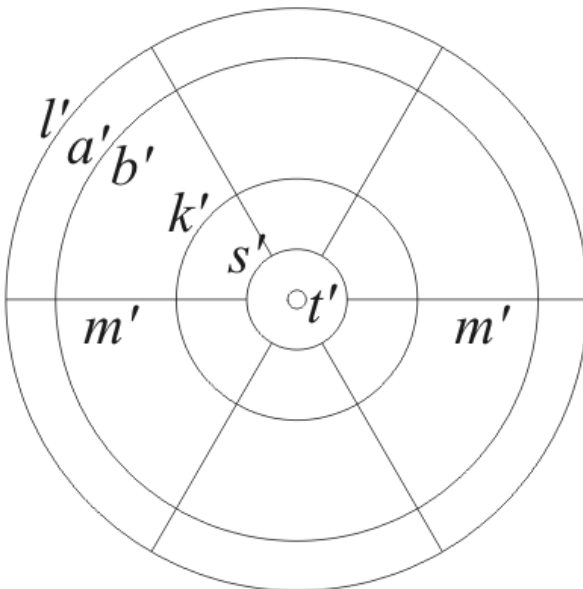
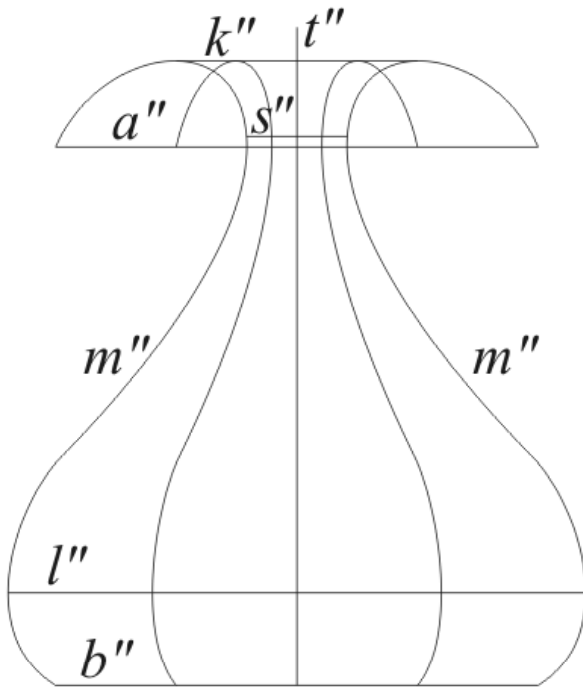
- Egy görbe pontjai mozgás közben egy **felületet** sűrolnak.
- l a **leíró görbe**, amit mozgatunk, $l = l_0, l_1, l_2, \dots$ ennek példányai.
- A mozgás során a leíró görbe pontjai **pályagörbéket** írnak le: $p_0, p_1, p_2, \dots$
- Minden (reguláris) P **felületi ponton** áthalad a leíró görbe egy példánya és egy pályagörbe.
- A leíró görbe és a pályagörbe P -hez tartozó e_l és e_p érintői kifeszítik a P -hez tartozó τ_p **érintősíkot**.
- g egy P -n áthaladó **felületi görbe**, amelynek P -hez tartozó érintője t_p , ekkor t_p illeszkedik τ_p -re.
- Így egy (reguláris) felületi ponton áthaladó bármely két felületi görbe pontbeli érintői, ha azok léteznek és nem esnek egybe, kifeszítik az érintősíkot.

A felület ábrázolása, kontúr és képkörrajz



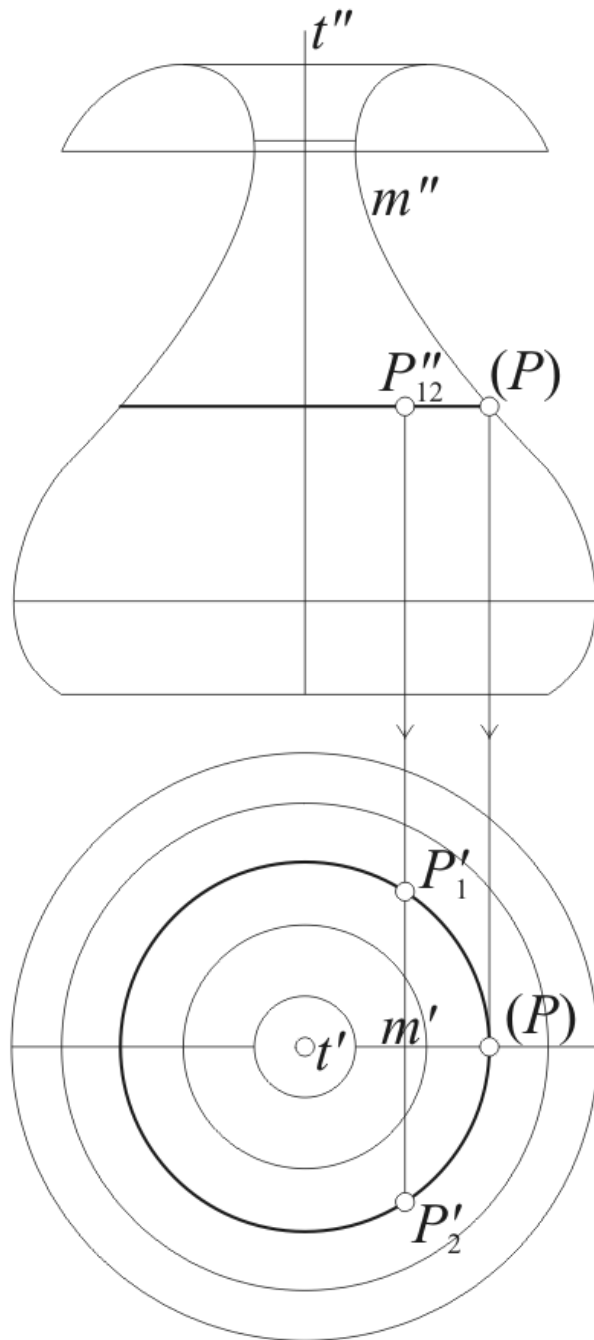
- π rögzített képsík. Egy K felületi pontot (π -re vonatkozóan) **kontúrpontnak** nevezünk, ha a felület K -hoz tartozó érintősíkja vetítősík. A K kontúrponthoz tartozó K' vetülete **képkörrajzi pont**. A kontúrponthoz tartozó összes felületi görbét alkotja, ez a **k kontúrgörbe**, aminek k' vetülete a **képkörrajz**.
- Ha egy g felületi görbe áthalad a K kontúrponthoz, akkor a görbe g' képének és a k' képkörrajznak a K' -hez tartozó érintője egybeesik. A görbe láthatósága K -ban változhat meg.

Forgásfelület ábrázolása



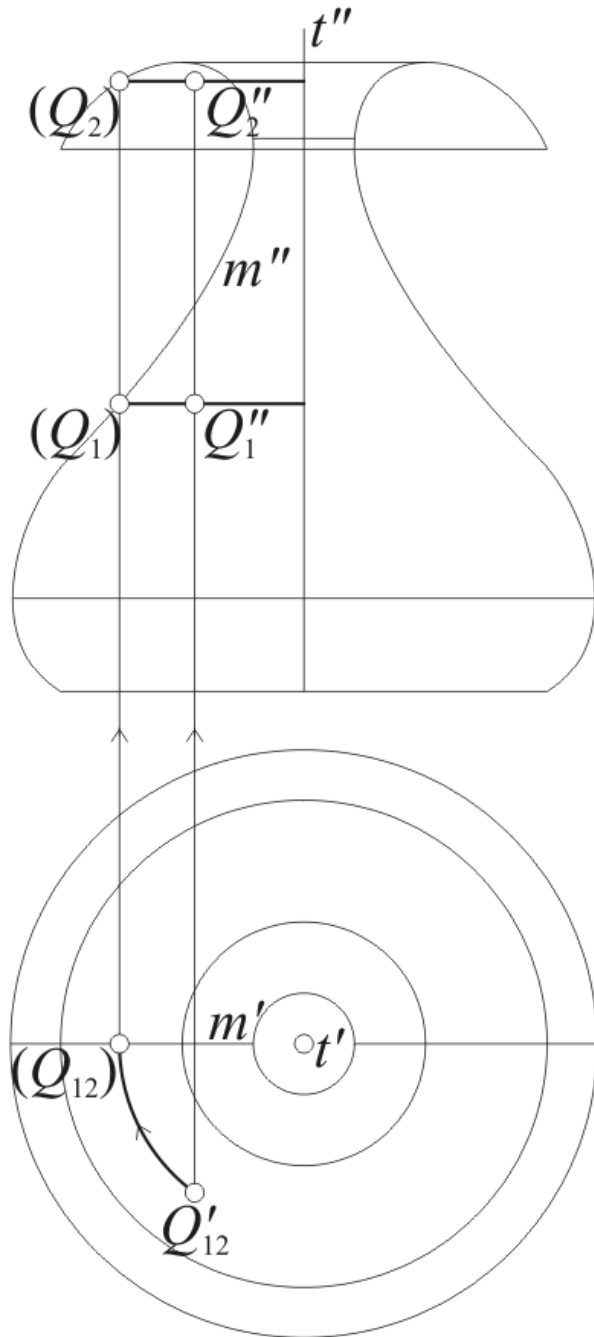
- Síkbeli görbét forgatva egy síkjára illeszkedő t egyenes, mint **forgástengely** körül, **forgásfelületet** kapunk. Most t -t I. vetítőegyenestek választjuk.
- A forgásfelület leíró görbét, a megforgatott síkgörbét (és annak elforgatott példányaait) **meridiánnak** mondjuk. A képsíkkal párhuzamos síkú m meridiánt a **főmeridián**.
- A forgástengelyt tartalmazó síkokat **meridiánsíknak** nevezzük.
- A forgásfelület pályagörbéi a forgástengelyre merőleges (egymással párhuzamos) síkú körök, a **parallelkörök**.
- Az **I. kontúrt** a lokálisan legnagyobb és lokálisan legkisebb sugarú parallelkörök (egyenlítői- és torokkörök) alkotják: l és s .
- A **II. kontúr**hoz a főmeridián (m) és a lokálisan legfelső (k) és legalsó parallelkörök tartoznak.
- Ábrázoljuk még a **lezáró és csatlakozó parallelköröket** is (a, b).

Második képével adott felületi pont felvétele



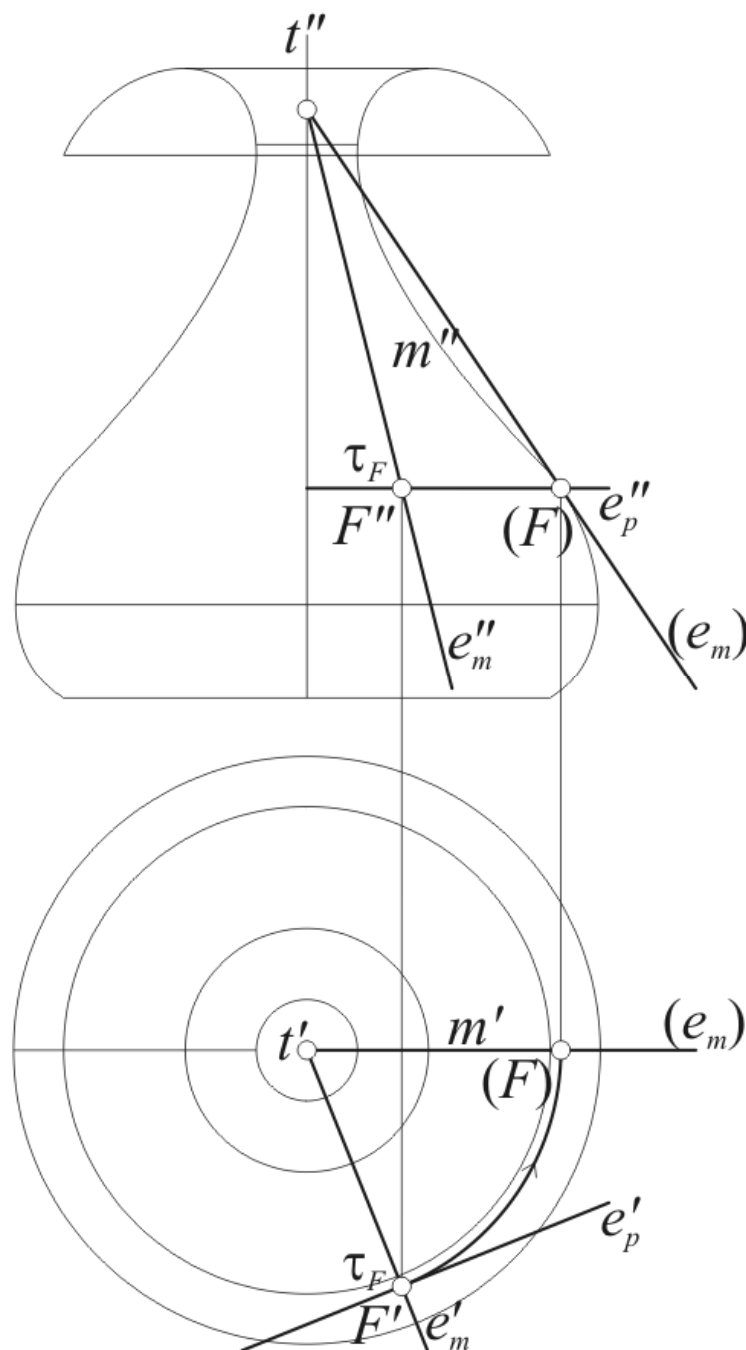
- Adott a P felületi pont II. képe. Keressük a lehetséges I. képeket.
- Megrajzoljuk a P -t tartalmazó parallelkör (vízszintes egyenes szakaszra illeszkedő) II. képét, ami kijelöli az m főmeridiánra beforgatott (P) pontot.
- m' -n adódik (P) I. képe, és ennek alapján P parallelkörének I. képe is.
- P rendezője kijelöli a körön P lehetséges I. képeit.
- Így most két megoldás adódott P_1 és P_2
- A megoldások száma általában attól függ, hogy hány parallelkört metsz ki a P -n átfektetett t -re merőleges sík a felületből.

Első képével adott felületi pont felvétele



- Adott a Q felületi pont I. képe. Keressük Q lehetséges II. képeit.
- Az I. képen Q' -t az őt tartalmazó parallelkör mentén beforgatjuk a főmeridián m' képre, és megkeressük ennek lehetséges II. képeit m'' -n: (Q_1) és (Q_2) . Ezek a parallelkörök szélső pontjai.
- A szélső pontok alapján megrajzoljuk a két parallelkör II. képét (vízszintes szakaszok) és ezeken megkapjuk Q lehetséges II. képeit.
- Végül most is két megoldás adódott.
- A megoldások száma általában attól függ, hogy a beforgatott (Q) rendezője hány pontban metszi m'' -t.

Érintősík szerkesztése adott felületi pontban



- Előállítjuk az F felületi ponthoz tartozó τ_F érintősíkot.
- A τ_F síkot kifeszíti az F ponton áthaladó meridián e_m érintője és a parallelkör e_p érintője.
- $e_m' = t'F'$, mert az F -en áthaladó meridián síkja (az összes többi meridiánsíkhoz hasonlóan) egy t -t tartalmazó I. vetítősík. Erre illeszkedik a meridián e_m érintője is.
- e_m'' szerkesztéséhez az F pontot beforgatjuk az m főmeridiánra. (F) -ben megrajzoljuk m érintőjét. Így kapjuk a keresett érintő (e_m) beforgatottját. Ezt forgatjuk vissza, kihasználva, hogy t -vel közös pontja helyben marad. A fixpontot F'' -vel összekötve adódik e_m'' .
- e_p közvetlenül megrajzolható, mert a parallelkör síkja I. fősík. Így e_p' körérintőként a sugárirányú e_m' -re merőleges, e_m'' pedig a fősík képével egybeeső vízszintes egyenes.