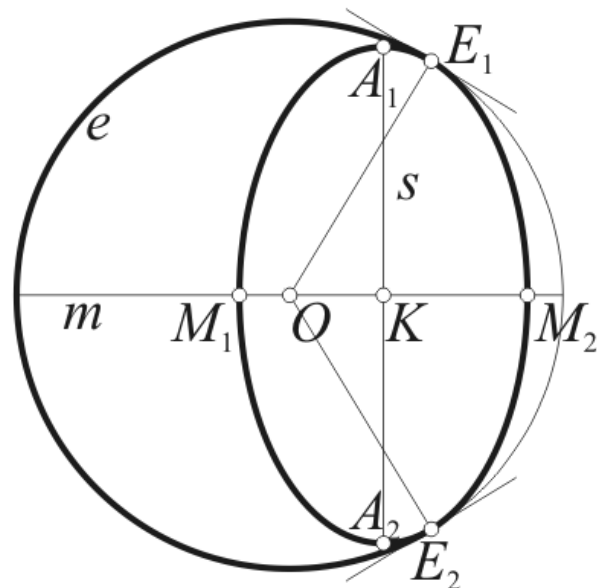
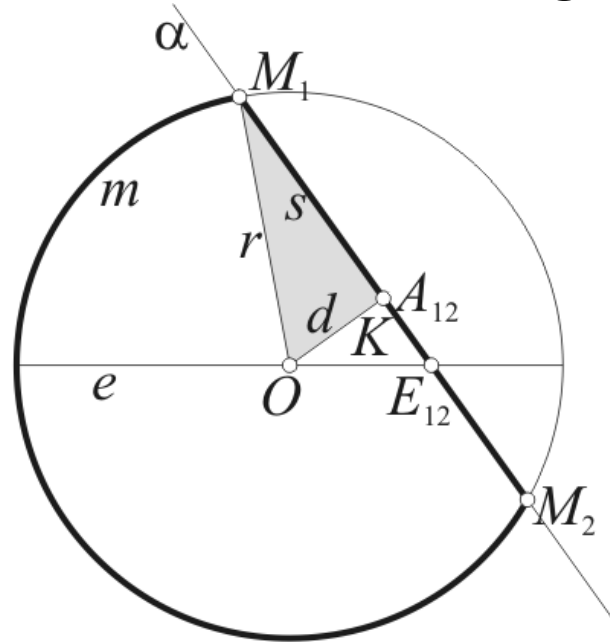


A gömb, a forgáskúp és a forgáshenger síkmetszetei

A gömb síkmetszete



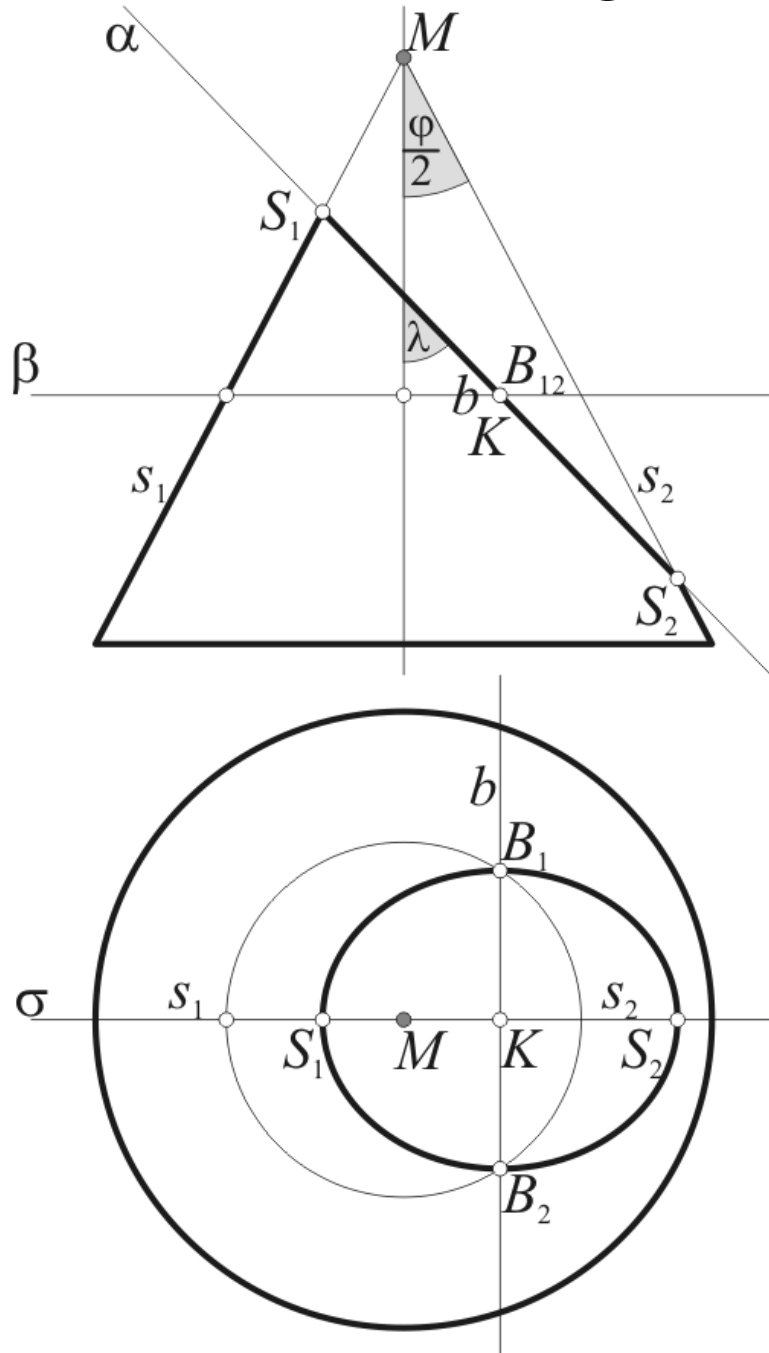
• *A gömb síkmetszete kör*, ha a metsző α síknak a gömb O középpontjától mért d távolsága kisebb a gömb r sugaránál. A metszetkör középpontja az O pontból az α síkra bocsátott merőleges K talppontja, s sugarára pedig $s^2 = r^2 - d^2$ teljesül. Így K és s előállítása után lényegében körábrázolás a feladat, kiegészítve a kontúrponthoz szerkesztésével.

• Például, ha α II. vetítősík, akkor az m főmeridiánkör α -val közös pontjai határozzák meg az M_1M_2 szakaszt, aminek II. képe a metszetkör vetülete (elfajuló ellipszis), hossza $2s$. Az M_1M_2 szakasz felezőpontja pedig a K középpont.

• Az I. képellipszis kistengelye M_1M_2 I. képe; A_1A_2 nagytengelyének hossza pedig $2s$.

• M_1 és M_2 II. kontúrponthoz is egyben. Az E_1 és E_2 I. kontúrponthoz pedig az e egyenlítői kör és az α sík metszéspontjaiként adódnak. E_1 -ben és E_2 -ben az érintő I. képe egybeesik e érintőjének vetületével.

A forgáskúp ellipszis metszete

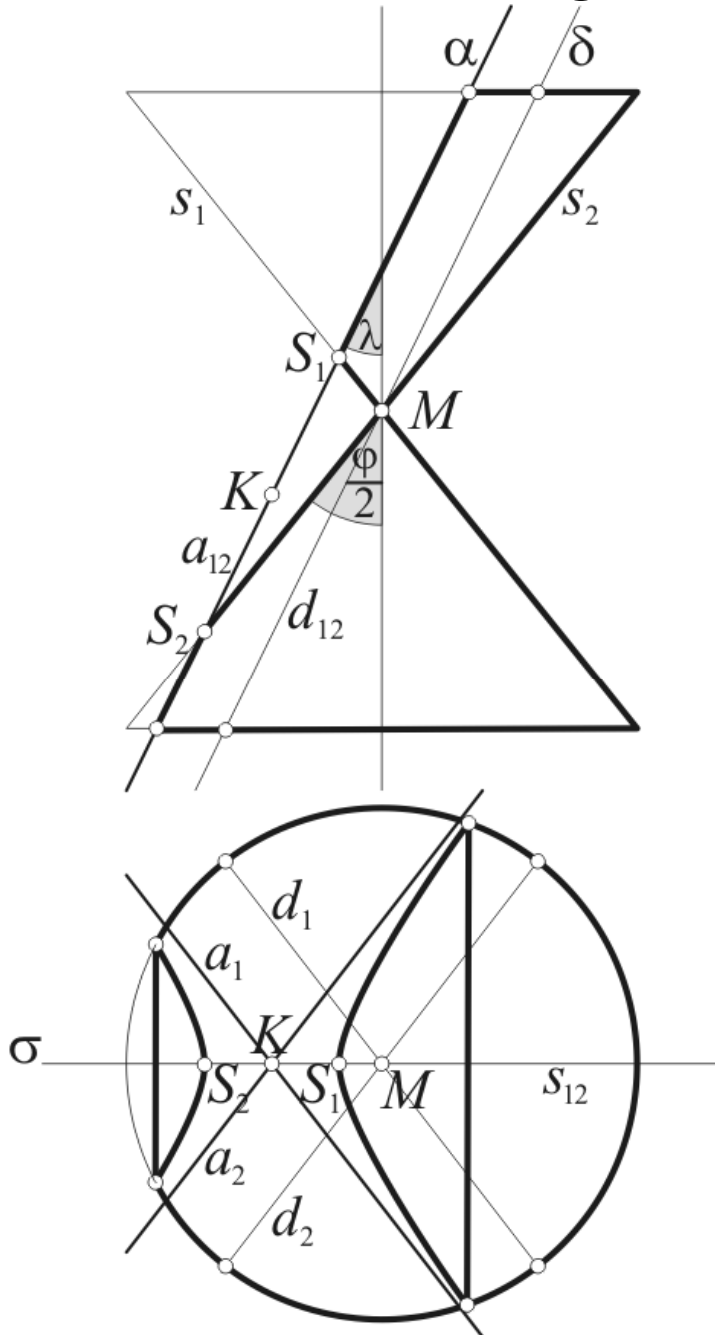


• *A forgáskúp síkmetszete ellipszis, ha a metsző α síknak a felület tengelyével bezárt λ szöge nagyobb a felület $\varphi/2$ félnyílásszögénél, és α nem megy át az M csúcson. A sík a felület összes alkotóját metszi.*

• A felület és az α sík közös σ szimmetriasíkja a felületből az s_1 és s_2 alkotókat metszi ki, amelyeknek α -val közös S_1 és S_2 pontjai a szimmetriapontok. Ezek ugyanarra a párástrészre esnek: S_1S_2 a (térbeli) **metszet-ellipszis nagytengelye**.

• A K középponton átfektetett, a felület tengelyére merőleges β síkkal szeletelünk. Így az α síkból a b egyenest metszük ki, a felületből pedig egy parallelkört. Ezek közös pontjai, B_1 és B_2 lesznek a **metszetellipszis kistengelyének végpontjai**.

A forgáskúp hiperbola metszete

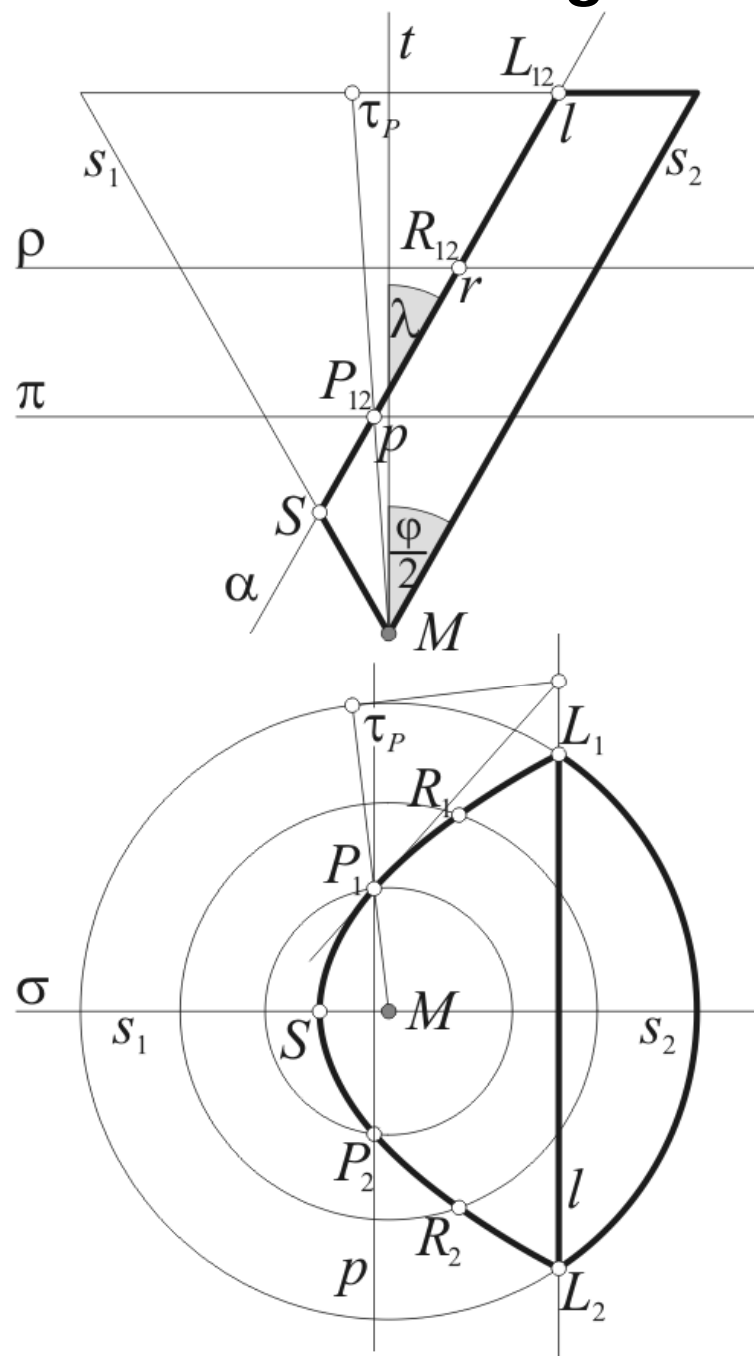


• *A forgáskúp síkmetszete hiperbola, ha a metsző α síknak a felület tengelyével bezárt λ szöge kisebb a felület $\varphi/2$ félnyílásszögénél, és α nem megy át az M csúcson. A sík a felületnek pontosan két alkotóját nem metszi.*

• A felület és az α sík közös σ szimmetriasíkja a felületből az s_1 és s_2 alkotókat metszi ki, amelyeknek α -val közös S_1 és S_2 pontjai a szimmetriapontok. Ezek különböző pálástrészre esnek: S_1S_2 a (térbeli) **metszethiperbola valós tengelye**.

• Az M csúcson átfektetett α -val párhuzamos δ sík metszi ki a felületből az α -t nem metsző (vele párhuzamos) d_1 és d_2 alkotókat. A K középponton át ezekkel párhuzamosan vehetők föl a metszethiperbola a_1 és a_2 **aszimptotái**.

A forgáskúp parabola metszete

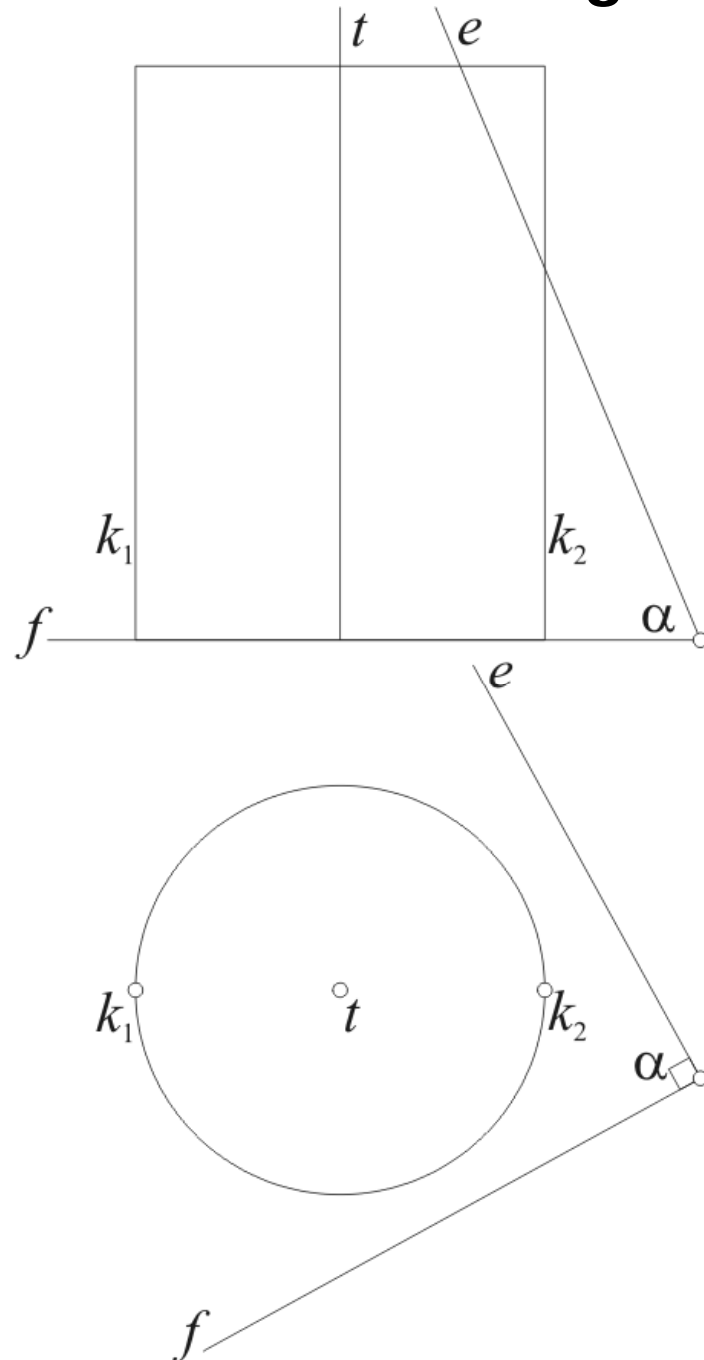


• *A forgáskúp síkmetszete parabola, ha a metsző α síknak a felület tengelyével bezárt λ szöge megegyezik a felület $\varphi/2$ félnyílásszögével, és α nem megy át az M csúcson. A sík a felületnek pontosan egy alkotóját nem metszi.*

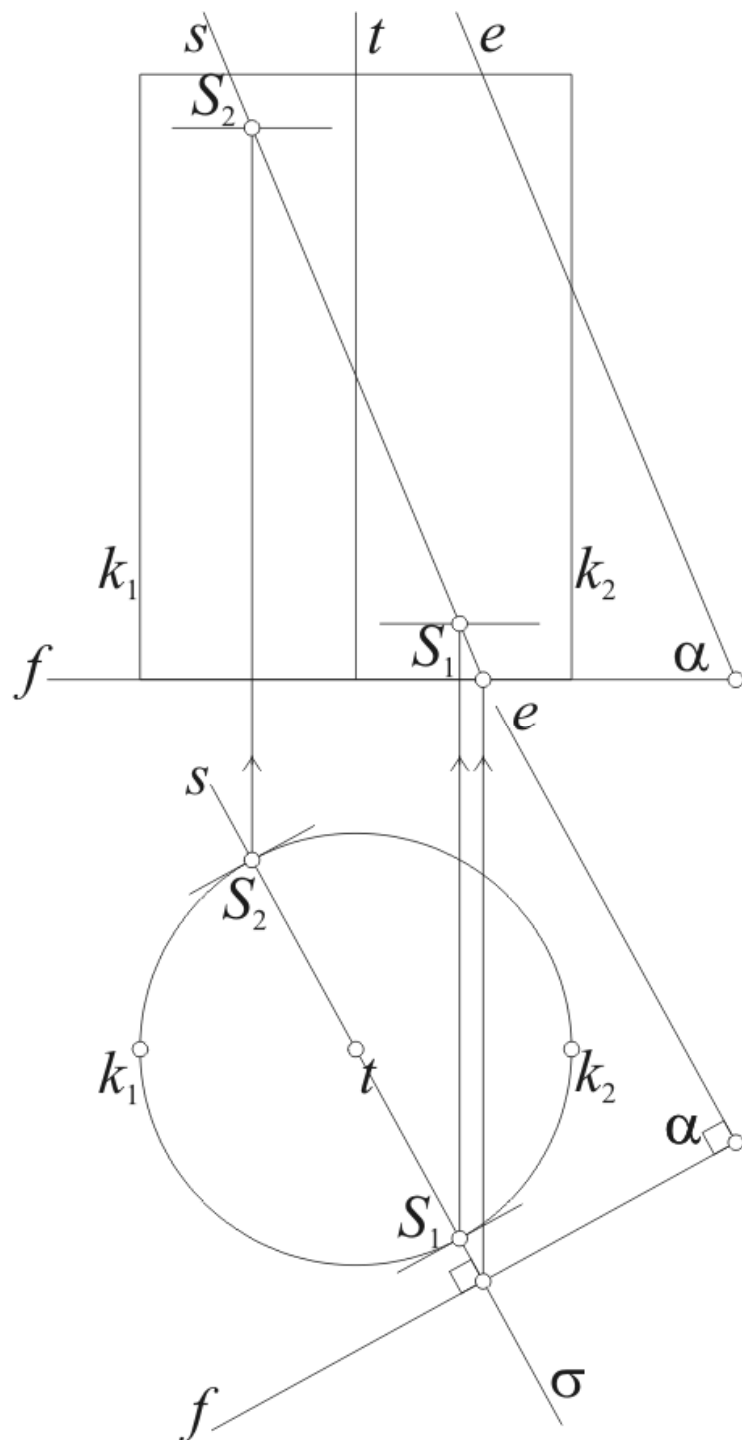
• A felület és az α sík közös σ szimmetriasíkja a felületből az s_1 és s_2 alkotókat metszi ki. Közülük az egyik párhuzamos α -val, a másik pedig az S szimmetriapontban metszi. Ez a pont a parabola **csúcsa**.

• További áthatási pontokat például a tengelyre merőleges szeletelő síkokkal szerkeszthetünk. Egy ilyen π sík a felületből egy parallelkört, α -ból pedig egy p egyenest metsz ki, amelyeknek közös P_1 és P_2 pontjai áthatási pontok lesznek. A metszetgörbe P_1 -hez tartozó érintője a P_1 -hez tartozó érintősík és α metszészvonala. Az érintősíkot a ponton áthaladó alkotó és annak végpontjában az alapkörhöz húzott érintő feszíti ki.

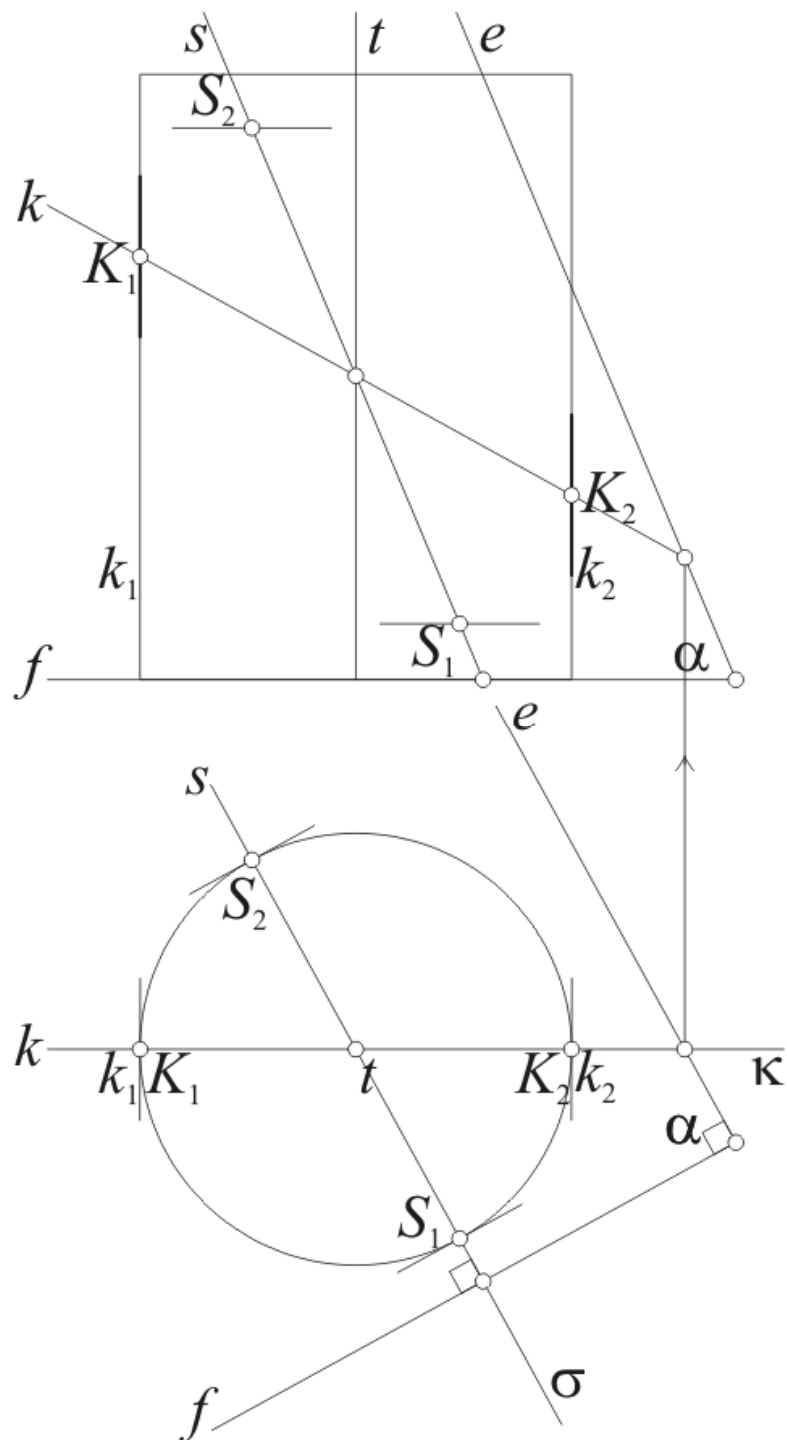
Forgáshenger síkmetszete



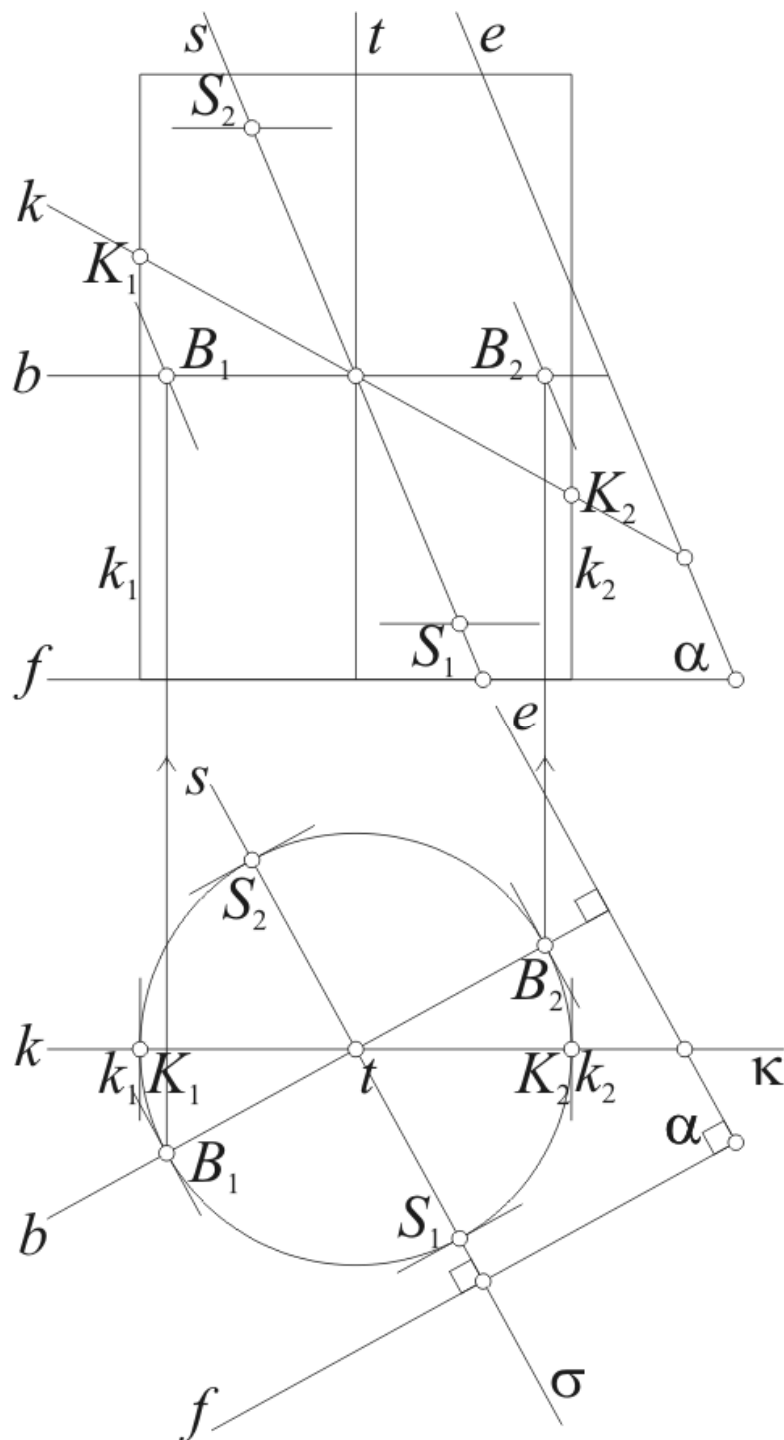
- Adott egy I. képsíkon álló t tengelyű forgáshenger és adott az $\alpha = [e, f]$ sík (e I. esésvonal, f I. fővonal). Szerkesszük meg a henger α -val alkotott metszetét.
- A forgáshenger meridiánja egy tengelyével párhuzamos egyenes. Így, mivel egyenes mozgatásával is előállítható, **vonalfelületnek** is tekinthetjük, és meridiángörbék helyett **alkotókról** beszélhetünk.
- A felület **I. kontúrja** most nem alkot görbét, ugyanis a felület minden pontja I. kontúrponthoz tartozik, tehát az I. kontúr a teljes felület.
- A **II. kontúr** a főmeridián síkban lévő két szélső alkotó képezi.
- Bizonyítható, hogy a forgáshenger tengelyével nem párhuzamos síkok a felületet **ellipsziszben** metszik. A metszetellipszis nagytengelye a metsző sík és felület közös szimmetriasíkjában van.



- Megszerkesztjük a síkmetszet **szimmetriapontjait**. A hengerfelület és az α metsző sík közös szimmetriasíkjában lévő áthatási pontokat keressük.
- Egyetlen közös szimmetriasíkként a t -n átfektetett f -re merőleges σ -sík adódik. Erre tükrözve, a hengerfelület is és az α sík is önmagára képeződik.
- A σ sík α -ból az e -vel párhuzamos s egyenest metszi ki, amelynek a felülettel közös S_1 és S_2 pontjai az I. képről leolvashatók. Az S_1 és S_2 szimmetriapontokban az érintő σ -ra merőleges egyenes, tehát f -fel párhuzamos I. fővonal.



- Előállítjuk a síkmetszet **kontúrpontjait**. A felület I. és II. kontúrjára illeszkedő áthatási pontokat keressük.
- Mivel esetükben a henger teljes felülete alkotja az I. kontúrt, az **I. kontúrpontok** meghatározása ekvivalens a teljes feladat megoldásával. Így ezzel itt külön nem kell foglalkoznunk.
- A **II. kontúrpontok** a k_1 és k_2 szélső alkotók α -val közös pontjai. A $\kappa = [k_1, k_2]$ síkkal metszük tehát α -t. Az I. képről az e és s egyenesek κ -val közös pontjait leolvasva kapjuk a két sík k metszészvonalát, amely a k_1 és k_2 alkotókon kijelöli a keresett K_1 és K_2 kontúrpontokat. A metszetgörbe érintőjének II. képe k_1 és k_2 vetületére esik, tehát az érintők α -ra illeszkedő profilegyenesek.

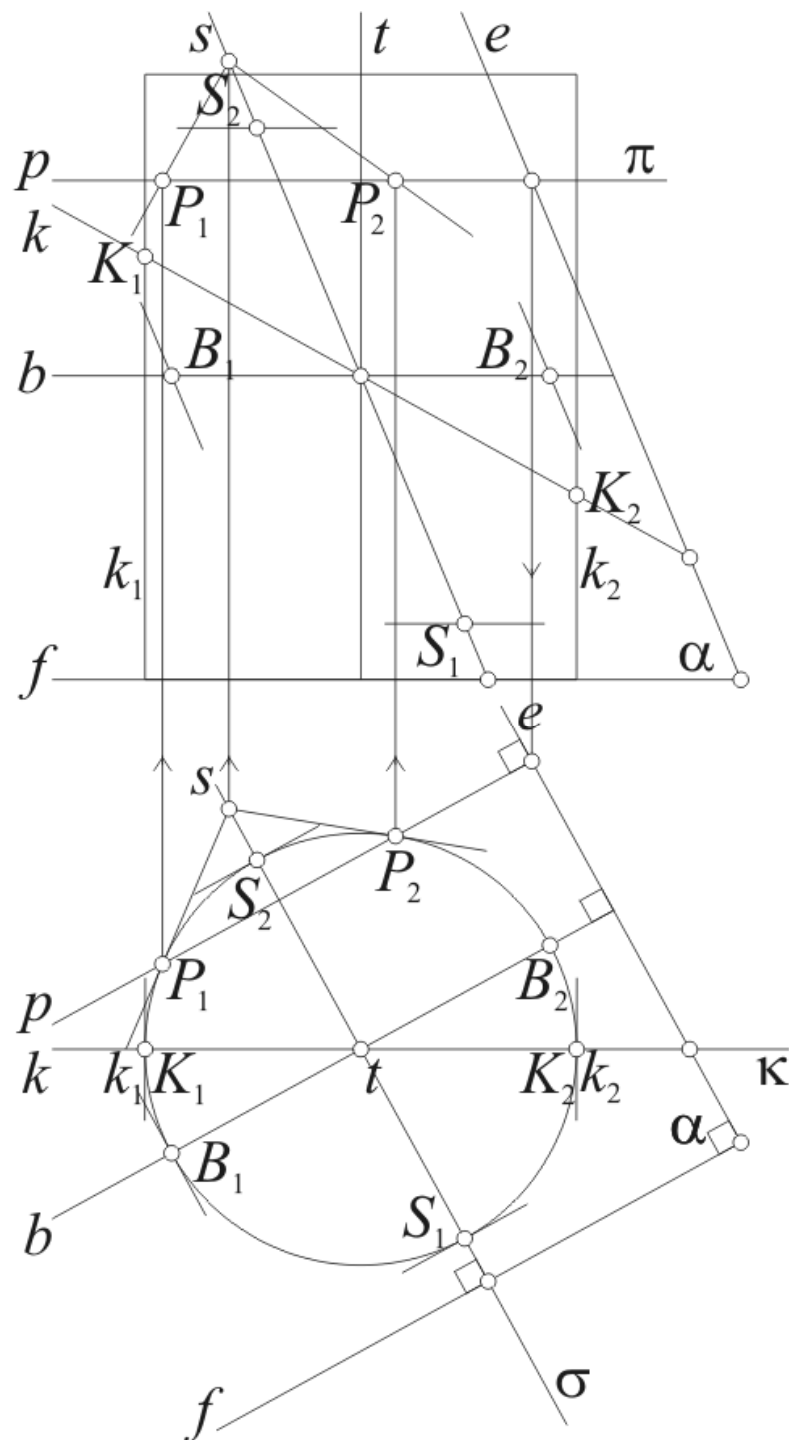


• További lényeges pontokként megkeressük a *metszetellipszis kistengelyének végpontjait*.

• A kistengely egyenese az S_1S_2 nagytengely b felező merőlegese a metszet α síkjában. Mivel S_1S_2 az α sík I. esésvonalára illeszkedik, $b \parallel f$ I. fővonal lesz. A B_1 és B_2 tengelyvégpontok a henger felületén vannak, így I. képük közvetlenül leolvasható, és ennek alapján a II. képüket is megkapjuk.

• A kistengely B_1 és B_2 végpontjaiban az érintő párhuzamos a nagytengellyel, tehát ezek az egyenesek is I. esésvonalak.

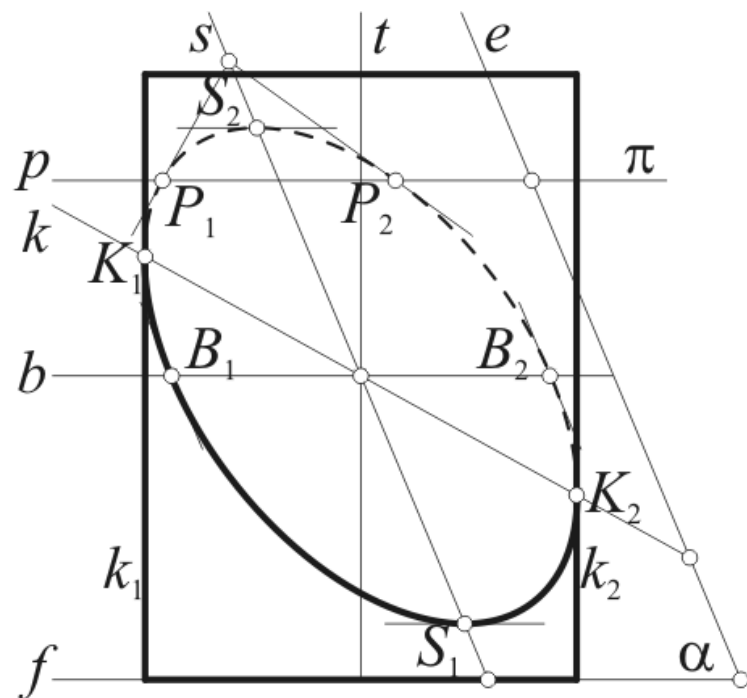
• Megjegyezzük, hogy S_1S_2 és B_1B_2 a térbeli metszetellipszisnek a tengelyei. Vetületük a képellipszisnek egy általános konjugált átmérőpárja lesz, általában tehát a képellipszisnek nem a tengelyei. A képellipszis tengelyei S_1S_2 és B_1B_2 vetületéből pl. a Rytz-szerkesztéssel állíthatók elő.



• **Általános pontok szerkesztéséhez** például a t tengelyre merőleges I. fősíkokat használhatunk. Egy ilyen sík a hengerfelületből parallelkört, az α metsző síkból pedig I. fővonalat metsz ki.

• Kijelöljük például a π szeletelősíkot, amely α -ból a $p \parallel f$ I. fővonalat metszi ki. A hengerből kimetszett parallelkör I. képe egybeesik a henger vetületével. Ez metszi ki p' -ből a szeletelő síkban lévő P_1 és P_2 áthadási pontok I. képét, amiből π'' -n megkapjuk a pontok II. képét is.

• A metszetellipszis P_1 és P_2 pontokhoz tartozó érintőinek I. képe közvetlenül adódik, hiszen az ellipszis I. képe egybeesik a henger I. képével. Az érintők I. képe tehát körérintőkként adódnak. A II. képük előállításához pedig figyelembe vesszük hogy az érintők a metszetellipszis α síkjára illeszkednek. Leolvassuk például az s egyenessel közös pontjukat és annak II. képét megkeresve, azt kötjük össze a pontok II. képével.



• Végül a megszerkesztett pontok és érintők figyelembe vételével ***megrajzoljuk a metszetgörbe képeit, és feltüntetjük a láthatóságot***. Feltételeztük, hogy a görbe egyszerűen csak „rá van rajzolva” a felületre.

• Figyejünk meg, hogy a görbe láthatósága a K_1 és K_2 kontúrponthozban változik meg.

