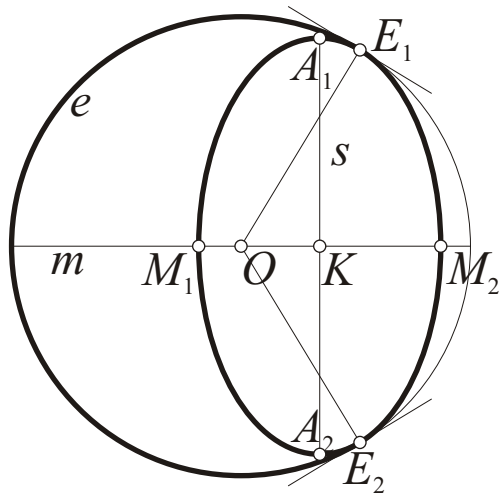
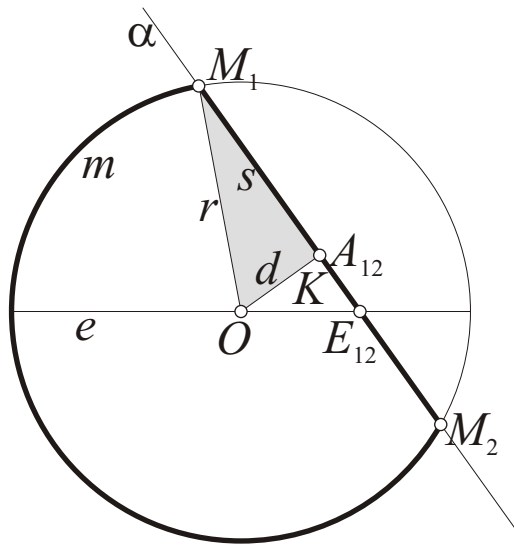


# A GÖMB ÉS A FORGÁSKÚP SÍKMETSZETEI

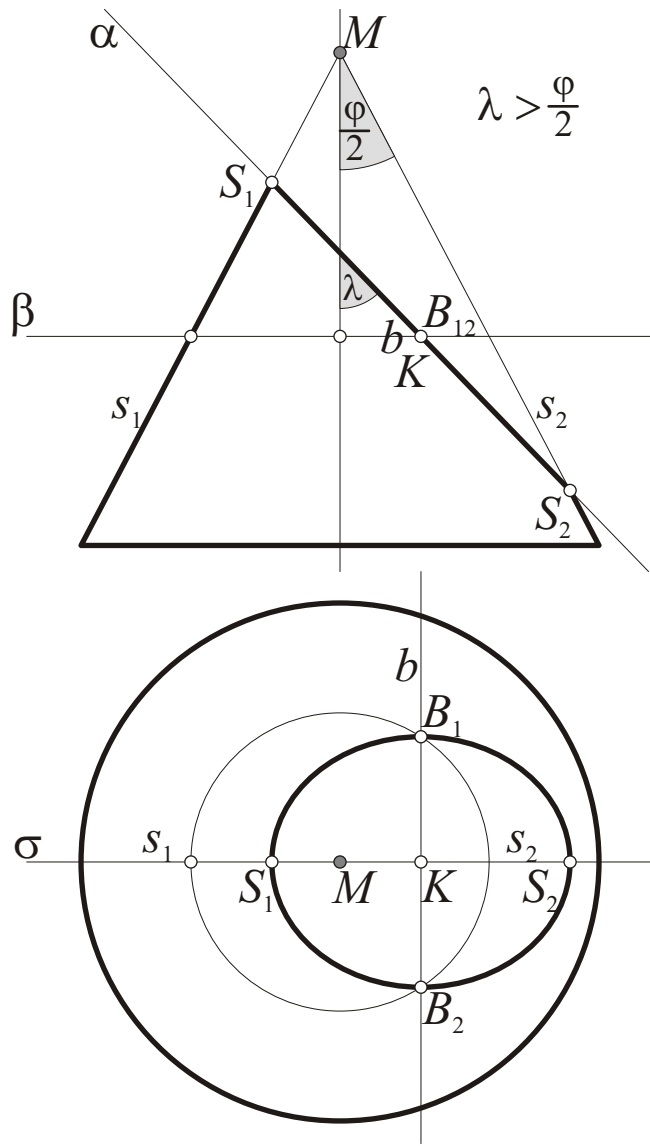


• **A gömb síkmetszete kör**, ha a metsző  $\alpha$  síknak a gömb  $O$  középpontjától mért  $d$  távolsága kisebb a gömb  $r$  sugaránál. A metszetkör középpontja az  $O$  pontból az  $\alpha$  síkra bocsátott merőleges  $K$  talppontja,  $s$  sugarára pedig  $s^2 = r^2 - d^2$  teljesül. Így  $K$  és  $s$  előállítása után lényegében körábrázolás a feladat, kiegészítve a kontúrponatok szerkesztésével.

• Például, ha  $\alpha$  II. vetítősík, akkor az  $m$  főmeridiánkör  $\alpha$ -val közös pontjai határozzák meg az  $M_1M_2$  szakaszt, aminek II. képe a metszetkör vetülete (elfajuló ellipszis), hossza  $2s$ . Az  $M_1M_2$  szakasz felezőpontja pedig a  $K$  középpont.

• Az I. kép ellipszis kistengelye  $M_1M_2$  I. képe;  $A_1A_2$  nagytengelyének hossza pedig  $2s$ .

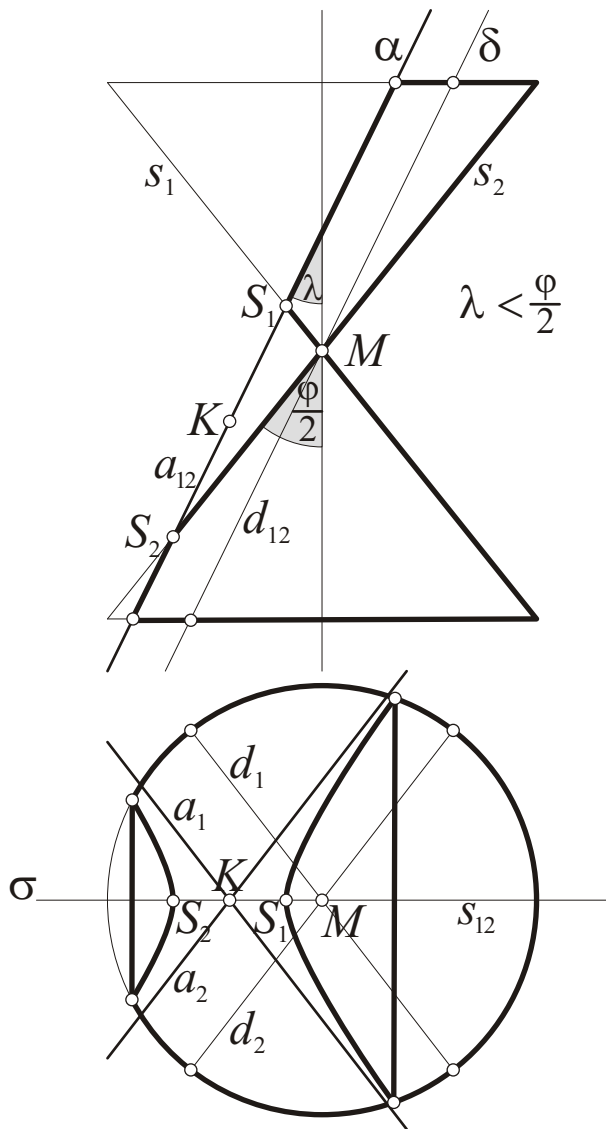
•  $M_1$  és  $M_2$  II. kontúrponatok is egyben. Az  $E_1$  és  $E_2$  I. kontúrponatok pedig az  $e$  egyenlítői kör és az  $\alpha$  sík metszéspontjaiként adódnak.  $E_1$ -ben és  $E_2$ -ben az érintő I. képe egybeesik  $e$  érintőjének vetületével.



• *A forgáskúp síkmetszete ellipszis, ha a metsző  $\alpha$  síknak a felület tengelyével bezárt  $\lambda$  szöge nagyobb a felület  $\varphi$  nyílásszögének felénél, és  $\alpha$  nem megy át az  $M$  csúcson. A sík a felület összes alkotóját metszi.*

• *A felület és az  $\alpha$  sík közös  $\sigma$  szimmetriasíkja a felületből az  $s_1$  és  $s_2$  alkotókat metszi ki, amelyeknek  $\alpha$ -val közös  $S_1$  és  $S_2$  pontjai a szimmetriapontok. Ezek ugyanarra a párástrészre esnek:  $S_1S_2$  a (térbeli) *metszet-ellipszis nagytengelye*.*

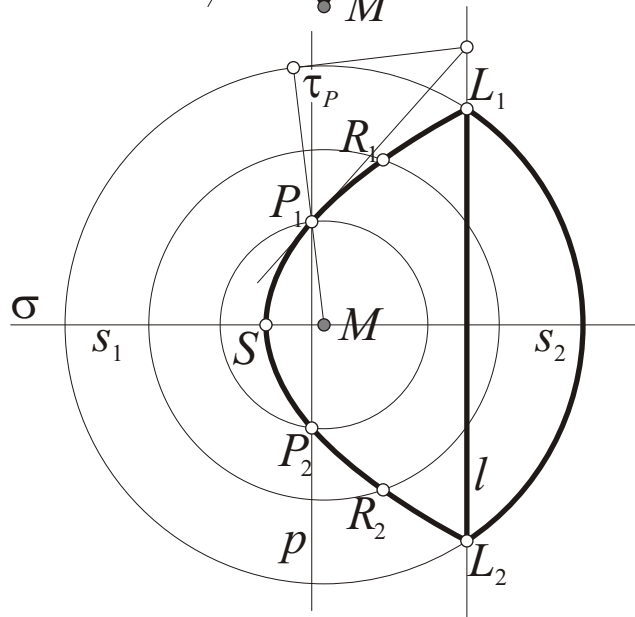
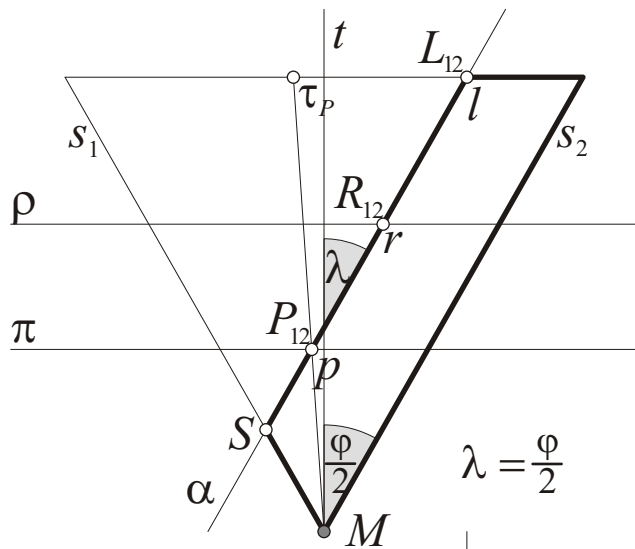
• *A  $K$  középponton átfektetett, a felület tengelyére merőleges  $\beta$  síkkal szeletelünk. Így az  $\alpha$  síkból a  $b$  egyenest metszük ki, a felületből pedig egy paralelkört. Ezek közös pontjai,  $B_1$  és  $B_2$  lesznek a *metszetellipszis kistengelyének végpontjai*.*



• *A forgáskúp síkmetszete hiperbola, ha a metsző  $\alpha$  síknak a felület tengelyével bezárt  $\lambda$  szöge kisebb a felület  $\varphi$  nyílásszögének felénél, és  $\alpha$  nem megy át az  $M$  csúcson. A sík a felületnek pontosan két alkotóját nem metszi (párhuzamos velük).*

• *A felület és az  $\alpha$  sík közös  $\sigma$  szimmetriasíkja a felületből az  $s_1$  és  $s_2$  alkotókat metszi ki, amelyeknek  $\alpha$ -val közös  $S_1$  és  $S_2$  pontjai a szimmetriapontok. Ezek különböző pálástrészre esnek:  $S_1S_2 a$  (térbeli) **metszet-hiperbola valós tengelye.***

• *Az  $M$  csúcson átfektetett  $\alpha$ -val párhuzamos  $\delta$  sík metszi ki a felületből az  $\alpha$ -t nem metsző (vele párhuzamos)  $d_1$  és  $d_2$  alkotókat. A  $K$  középponton át ezekkel párhuzamosan vehetők föl a metszethiperbola  $a_1$  és  $a_2$  **aszimptotái.***



• *A forgáskúp síkmetszete parabola, ha a metsző  $\alpha$  síknak a felület tengelyével bezárt  $\lambda$  szöge megegyezik a felület  $\varphi$  nyílásszögének felével, és  $\alpha$  nem megy át az  $M$  csúcson. A sík a felületnek pontosan egy alkotóját nem metszi (párhuzamos vele).*

• A felület és az  $\alpha$  sík közös  $\sigma$  szimmetriasíkja a felületből az  $s_1$  és  $s_2$  alkotókat metszi ki. Közülük az egyik párhuzamos  $\alpha$ -val, a másik pedig az  $S$  szimmetriapontban metszi. Ez a pont a parabola **csúcsa**.

• További áthatási pontokat például a tengelyre merőleges szeletelő síkokkal szerkeszthetünk. Egy ilyen  $\pi$  sík a felületből egy parallelkört,  $\alpha$ -ból pedig egy  $p$  egyenest metsz ki, amelyeknek közös  $P_1$  és  $P_2$  pontjai áthatási pontok lesznek. A metszetgörbe  $P_1$ -hez tartozó érintője a  $P_1$ -hez tartozó érintősík és  $\alpha$  metszészvonala. Az érintősíkot a ponton áthaladó alkotó és annak végpontjában az alapkörhöz húzott érintő feszíti ki.

**Az ábrázolással kapcsolatban jegyezzük meg a következőket:**

– *A metszetként adódó kúpszelet merőleges vetülete a metszettel azonos típusú kúpszelet lesz, amennyiben a metsző sík (az adott képsíkra vonatkozóan) nem vetítő sík.* Így az ellipszis vetülete ellipszis, a paraboláé parabola, a hiperboláé pedig hiperbola.

– *Ha a kúp tengelye vetítő egyenes, és a metsző sík nem párhuzamos a tengellyel, akkor (az adott képsíkon) a metszet vetületként adódó kúpszelet egyik fókusza egybeesik a tengely pontszerű vetületével.*

A kúp csúcsán áthaladó metszősík esetén metszetként elfajuló kúpszeletek adódnak. A metszet:

- egyetlen pont, a kúp csúcsa, ha  $\lambda > \varphi/2$ ;
- egyetlen egyenes, a kúp egyik alkotója, amely mentén a sík érinti a kúp-felületet (tehát csak halmazelméleti értelemben beszélhetünk metszetről), ha  $\lambda = \varphi/2$ ;
- két metsző egyenes, a kúp két alkotója, ha  $\lambda < \varphi/2$ .