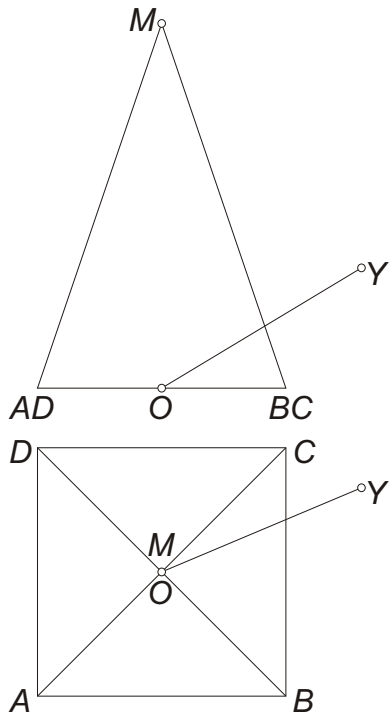
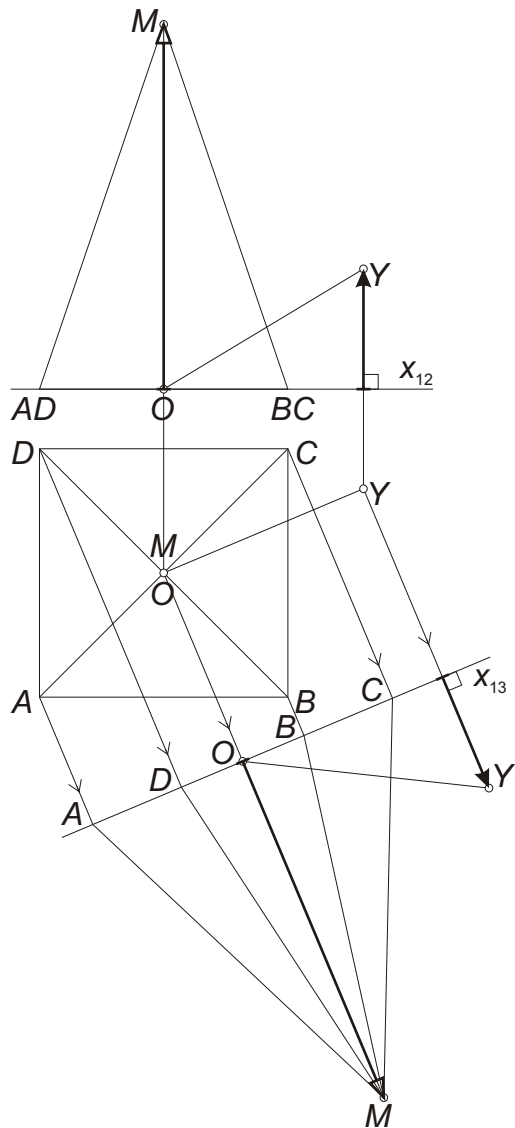


KÉPSÍK-TRANSZFORMÁCIÓ

Poliéder adott irányú nézete

Felülnézeti és előlnézeti képével adott az $ABCDM$ szabályos négyoldalú gúla, és az OY egyenes (O a gúla alaplapjának középpontja). Szerkesszük meg a testnek az OY egyenes irányából adódó merőleges vetületét.





Az OY irányból keletkező vetülethez akkor jutunk, ha OY -ra merőleges új képsíkot vezetünk be. Ezen jön létre a keresett kép, ezen képsíkhöz tartozó vetítősugarak OY -nal párhuzamos egyenesek (OY maga is vetítőegyenes). Képsík-transzformációk alkalmazásával ilyen képsík bevezetését kell elérnünk. OY -t vetítőegyenessé transzformáljuk.

A transzformációhoz kijelöljük az I. és II. képsík x_{12} metszévonalát például O'' magasságában. Így a gúla éppen az I. képsíkon áll.

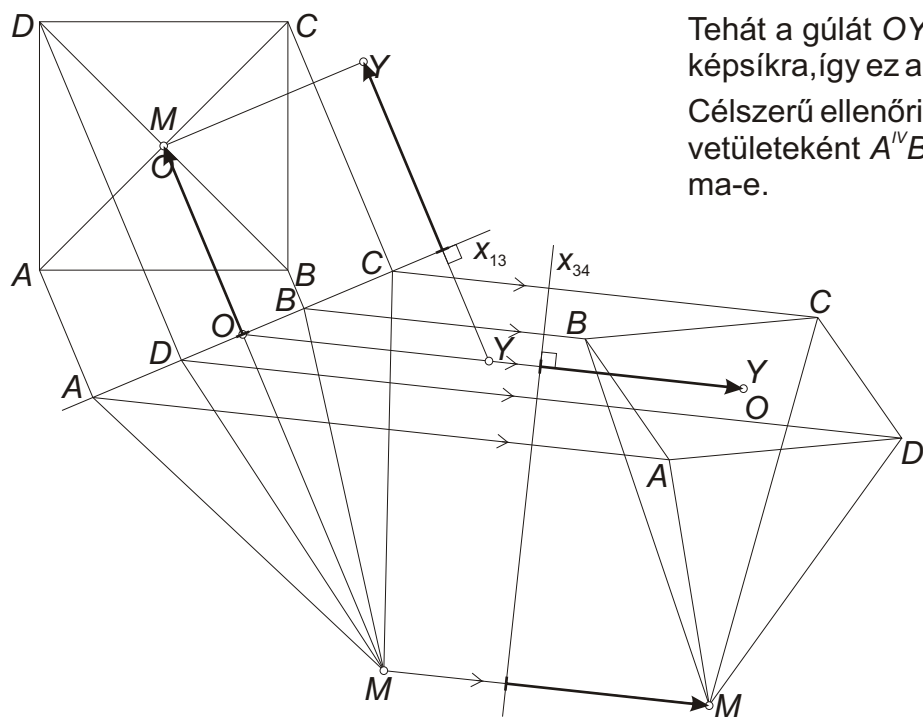
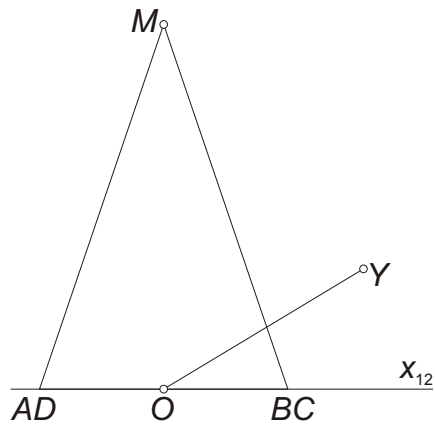
Mivel OY sem az I. sem a II. képsíkkal nem párhuzamos, ezért a keresett képsík ezek egyikére sem merőleges, közvetlenül nem tudunk rá áttérni.

Így előbb OY -t főegyenessé transzformáljuk. Ehhez a III. képsíkot OY I. vetítősíkjával párhuzamosnak választjuk: $x_{13} \parallel O'Y'$ (egyébként tetszőleges).

A szakasz O és Y végpontjait, valamint a test csúcsait transzformáljuk. Új, III. rendezőként az elmaradó II. rendező hosszát mérjük föl, mint azt az Y és M pont transzformálásánál jelöltük. A többi pont az I. képsíkon van, II. képük az x_{12} tengelyre esik, így elmaradó rendezőjük 0 , tehát a III. képük x_{13} -on lesznek.

Az eljárás eredményeként OY az I-III képsíkrendszerben III. főegyenes.

Megjegyezzük, hogy a megoldást úgy is kezdhettük volna, hogy a III. képsíkot OY II. vetítősíkjával párhuzamosan vesszük föl, amikor is $x_{23} \parallel O''Y''$ lett volna.



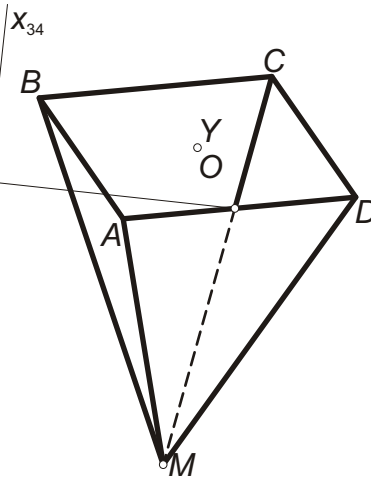
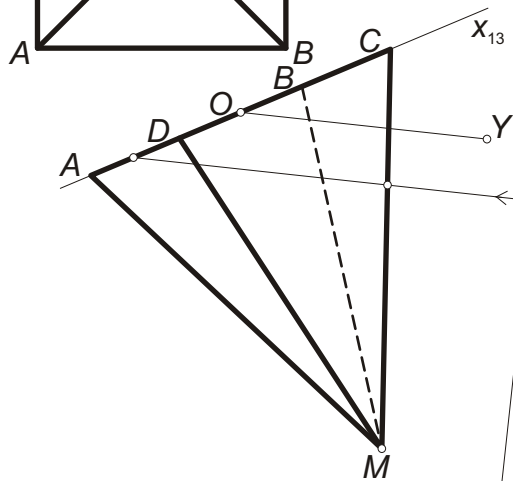
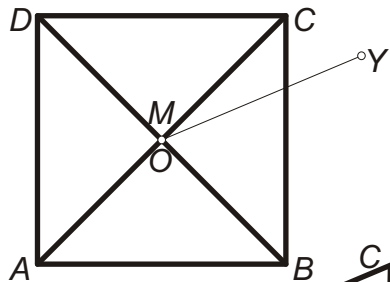
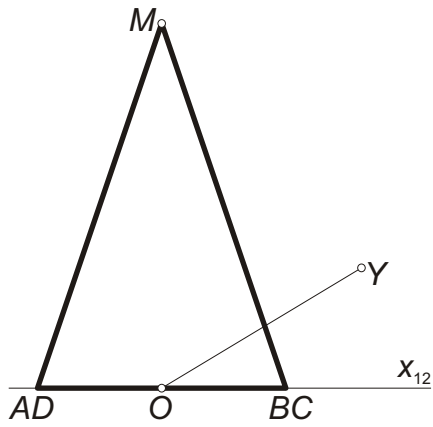
Mivel OY párhuzamos a III. képsíkkal, az OY -ra merőlegesen felvett IV. képsík merőleges lesz a III. képsíkra is, és így képsíkrendszerként alkotnak. Ehhez az x_{34} tengelyt az $O'''Y'''$ vetületre merőlegesen kell fölvenni.

A pontok elmaradó rendezői az I-III rendszerhez tartozó I. rendezők. Ezeket mérjük föl új IV. rendezőként a III-IV rendszerben, ahogy azt az O , Y és M pontok esetében jelöltük.

Mivel O és Y I. rendezője egyforma, O és Y IV. képe egybeesik, tehát az OY egyenes IV. vetülete egyetlen pont: OY IV. vetítőegyenes.

Tehát a gúlát OY -nal párhuzamos egyenesek képezik a IV. képsíkra, így ez a keresett vetület.

Célszerű ellenőrizni, hogy a IV. képen az $ABCD$ alapnégyzet vetületeként $A^{IV}B^{IV}C^{IV}D^{IV}$ egy O^{IV} középpontú parallelogramma-e.



A láthatóságot az I-II és a III-IV képsíkrendszerben egymástól függetlenül tüntetjük föl. Feltételezzük, hogy a gúla lemezből készült és $ABCD$ alaplapját eltávolítjuk.

A IV. kép láthatóságát vizsgálva az AD és az MC élek látszólagos metszéspontjánál fellépő IV. fedőpontpárt tekintjük. A rendezőt megrajzolva megkapjuk a pontok III. képét. Az a pont takarja el a másikat, amelyeknek a III. rendezője hosszabb. Esetünkben ez az AD élen lévő pontra teljesül, tehát a látszólagos metszéspontnál az AD alapél takarja el az MC oldalélet. Ez a vizsgálat elegendő a konvex gúla láthatóságának eldöntéséhez.

A III. kép láthatóságának vizsgálatakor azt kell észrevennünk, hogy a D csúcs IV. rendezője a leghosszabb, és az M csúcs nem lehet takart helyzetben, így az MD oldalél biztosan látható. Másrészt B IV. rendezője a legrövidebb így a BM él takart helyzetben lesz.

A III-IV rendszerben a láthatóság vizsgálatát úgy is elképzelhetjük, hogy a rajzlapot elforgatva az x_{34} tengelyt vízszintes helyzetbe hozzuk, és a III. képet II-nak, a IV-et pedig I-nek képzeljük. Így az I-II rendszerben megszokott módon kapjuk ugyanezt az eredményt.