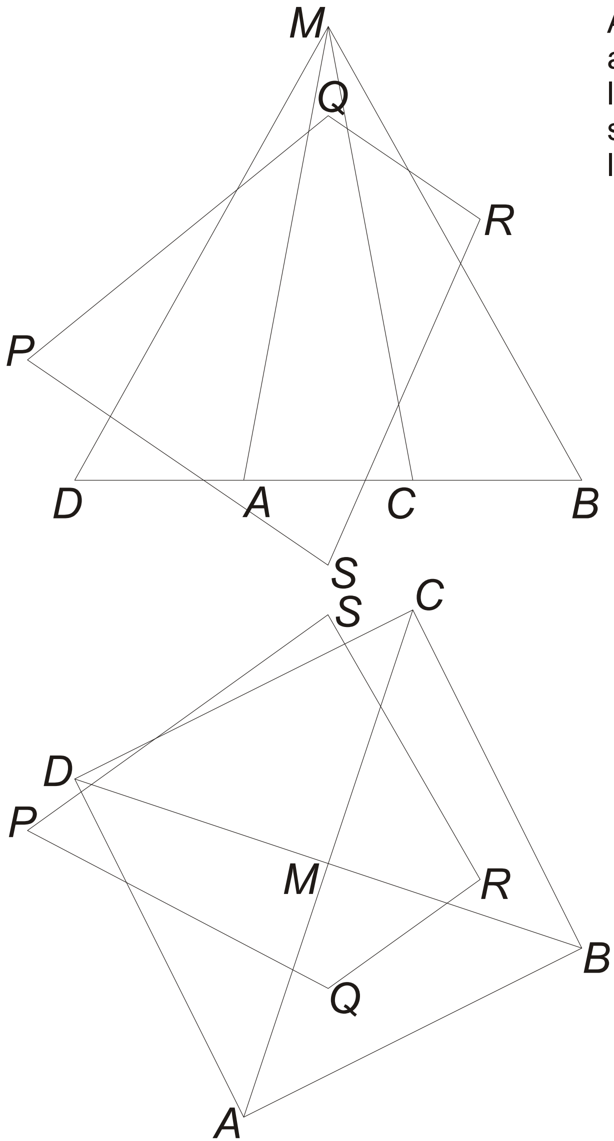
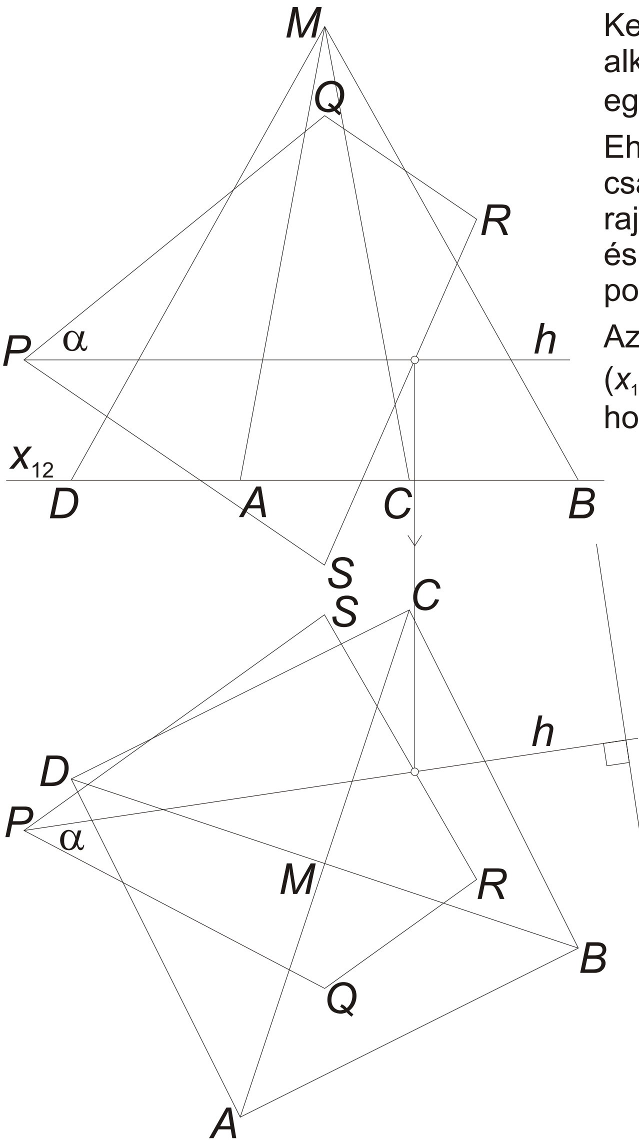
POLIÉDER SÍKMETSZETE

Szabályos négyoldalú gúla és általános síkra illeszkedő trapézlemez metszete



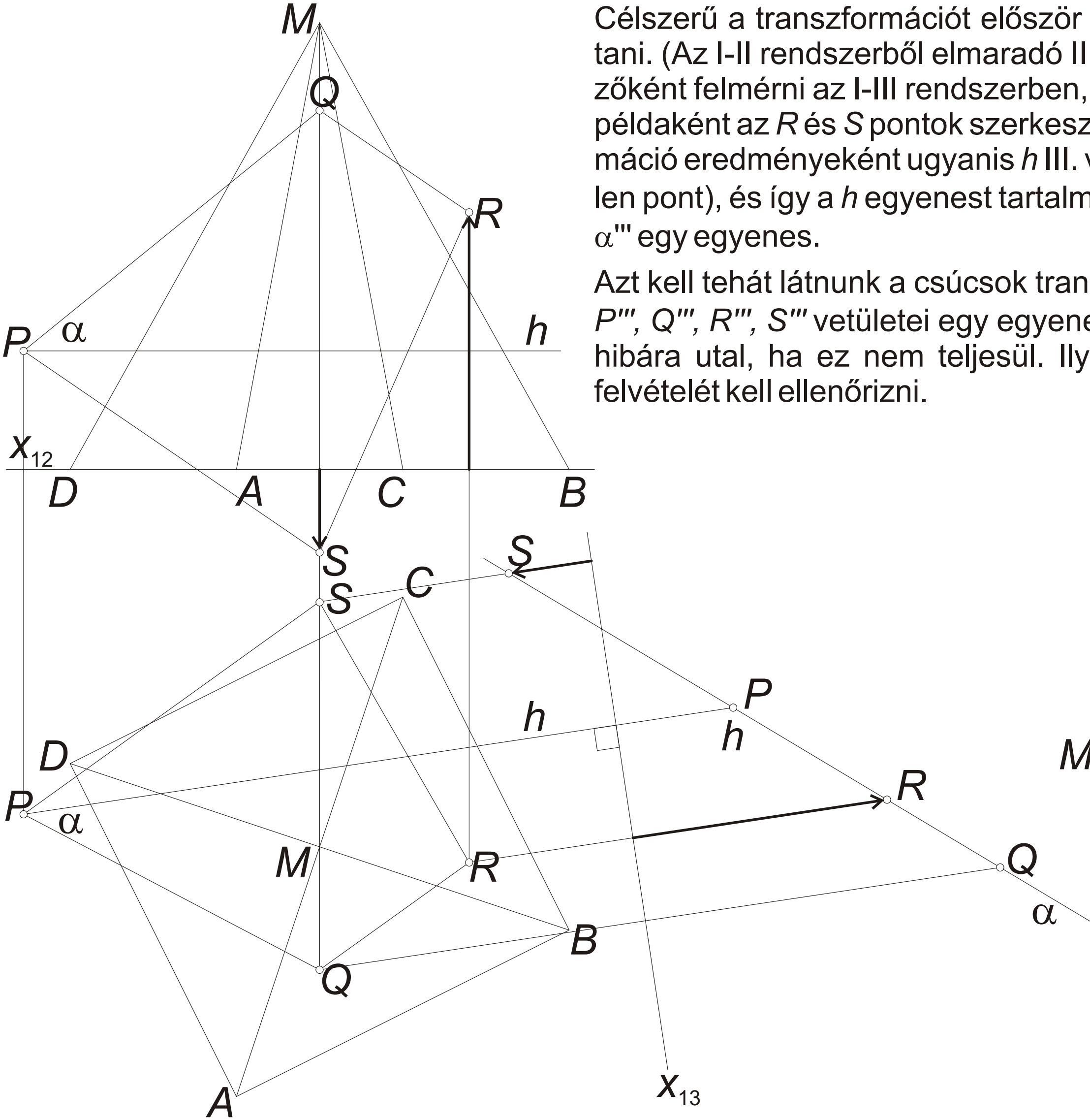
Adott az *ABCDM* szabályos négyoldalú gúla, amelynek *ABCD* alaplapja első fősíkra illeszkedik. Adott továbbá a *PQRS* trapézlemez. Szerkesszük meg a gúla és a síklemez metsztét. Tüntessük föl a láthatóságot feltéve,hogy a test tömör, és az átlatszatlan lemez a helyén marad.



Kerssük a lemez *teljes* síkjának, α-nak a poliéder felületével alkotott metszésvonalát, a *metszetpoligont*. A poligon csúcsait egyszerűen megkaphatjuk, ha α-t vetítősíkká transzformáljuk.

Ehhez felvesszük a sík egy I. fővonalát, pl. a trapézlemez *P* csúcsán áthaladó *h* fővonalat. (*h"*-t a rendezők irányára merőlegesen rajzoljuk, majd leolvassuk a lemez *RS* élén lévő metszéspontot, és megkeressük annak I. képét. Az egyenes *h'* vetülete ezt a pontot köti össze *P'*-vel.)

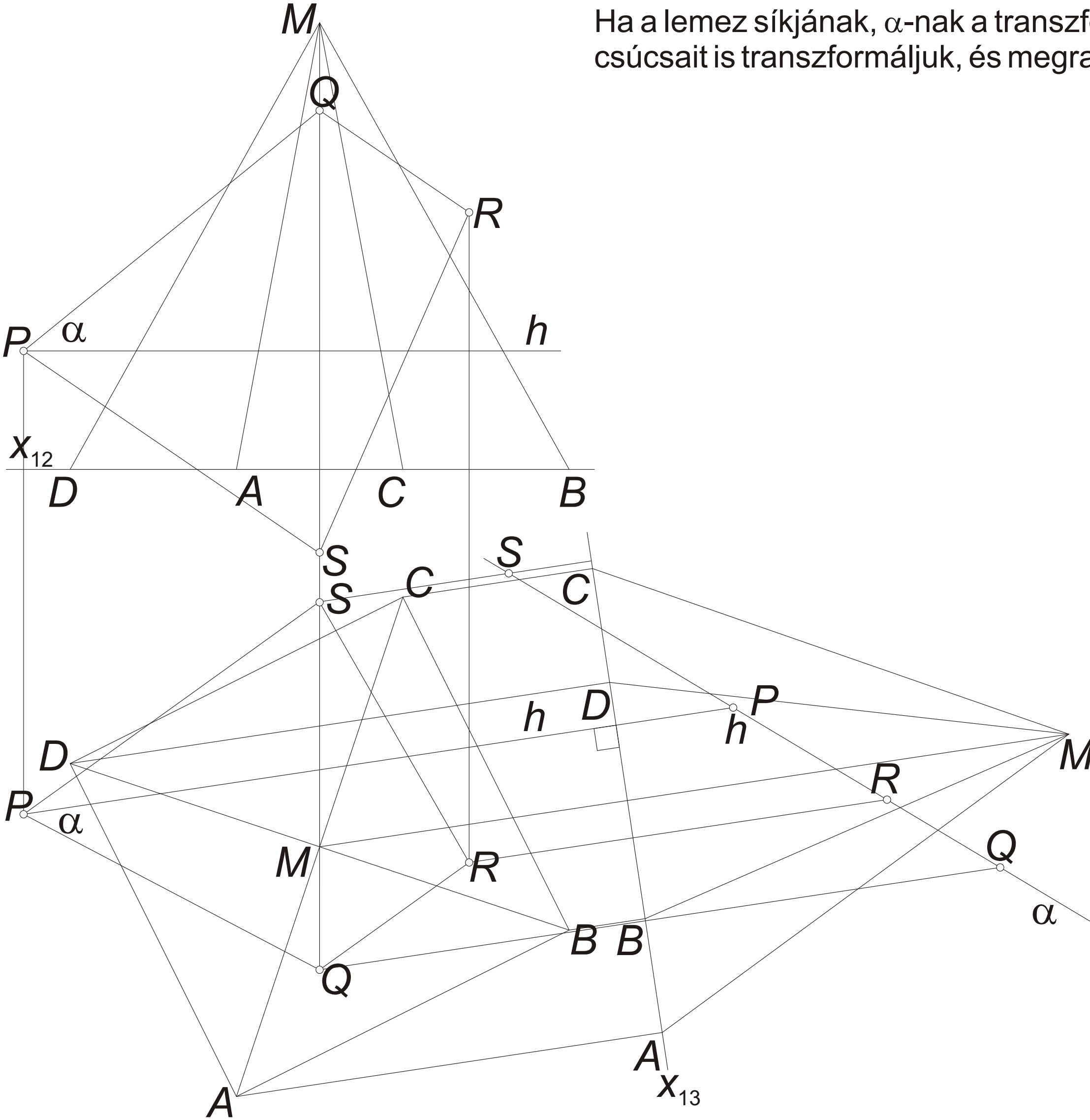
Az I-III képsíkrendszer x_{13} tengelyét *h'*-re merőlegesen jelöljük ki ($x_{13} \perp h'$), az I-II rendszer x_{12} tengelyét pedig pl. úgy vesszük föl, hogy a gúla alaplapja az I. képsíkon legyen.

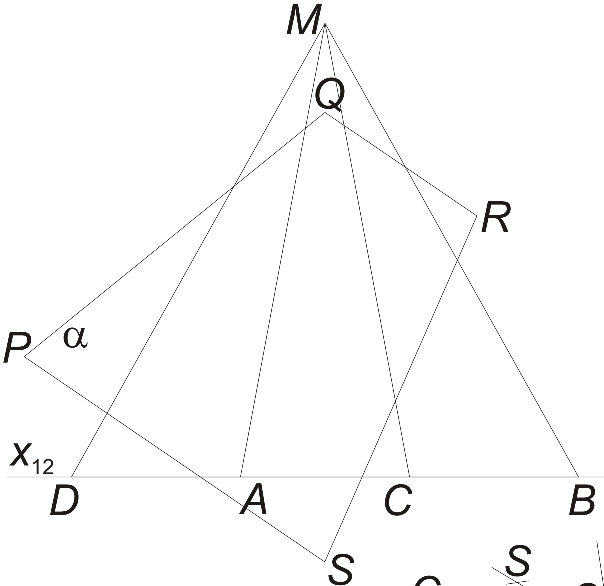


Célszerű a transzformációt először a lemez csúcsaira végrehajtani. (Az I-II rendszerből elmaradó II. rendezőket kell új III. rendezőként felmérni az I-III rendszerben, ügyelve azok irányítására is: példaként az R és S pontok szerkesztését emeltük ki.) A transzformáció eredményeként ugyanis h III. vetítőegyenes lesz (h''' egyetlen pont), és így a h egyenest tartalmazó α sík III. vetítősík, vagyis α''' egy egyenes.

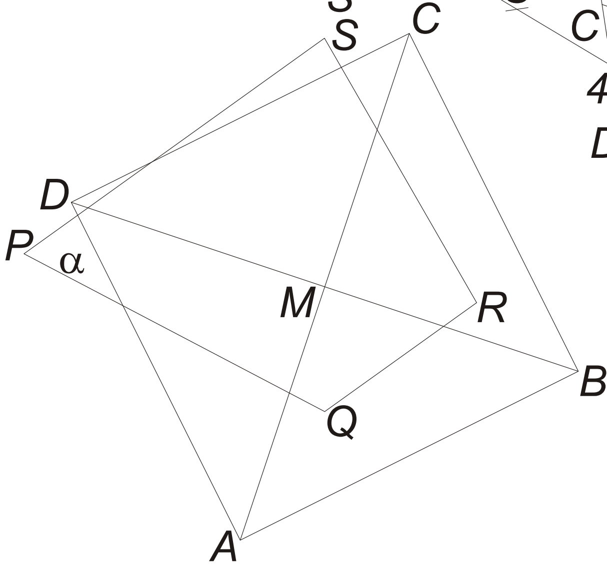
Azt kell tehát látnunk a csúcsok transzformálása után, hogy azok P''', Q''', R''', S''' vetületei egy egyenesre (α'''-re) illeszkednek. Így hibára utal, ha ez nem teljesül. Ilyenkor általában a h fővonal felvételét kell ellenőrizni.

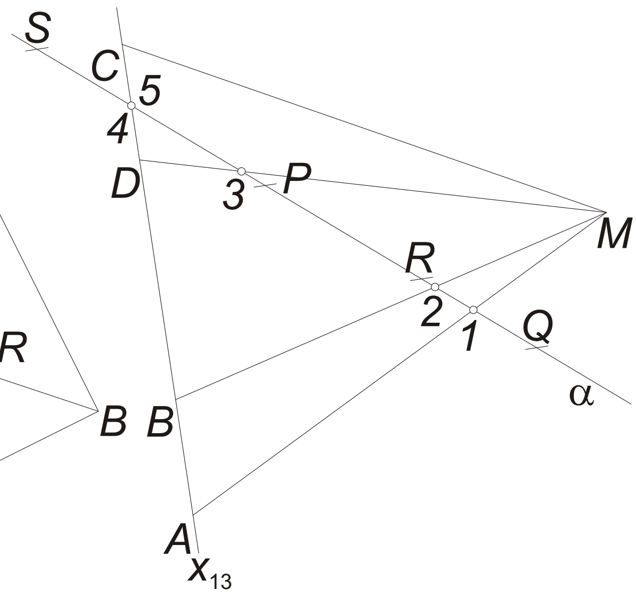
Ha a lemez síkjának, α-nak a transzformálása helyes, akkor a test csúcsait is transzformáljuk, és megrajzoljuk éleinek vetületét.



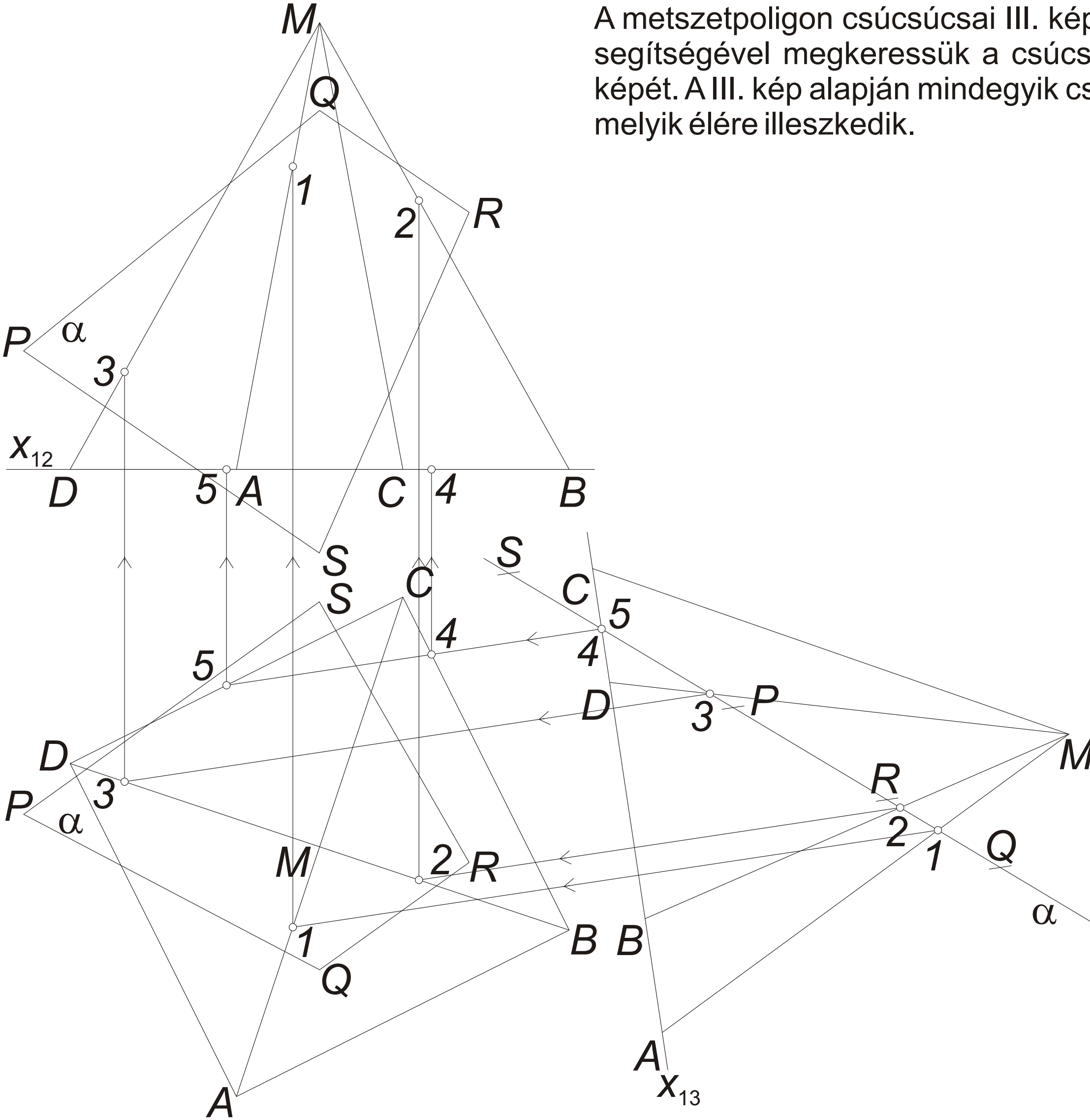


A metszetpoligon csúcsait a test élei metszik ki az α síkból. Az *MA, MB, MD* éleken közvetlenül leolvashatjuk rendre az *1, 2, 3* csúcsokat. Ügyelni kell viszont a III. vetítősíkra illeszkedő alaplap éleire, amelyeknek vetületei egy egyenesre esnek. Vegyük észre ugyanis, hogy a *CB* és a *CD* él is metszi α-t, így ott a metszetpoligonnak két csúcsát kapjuk: $4''' \equiv 5'''$.



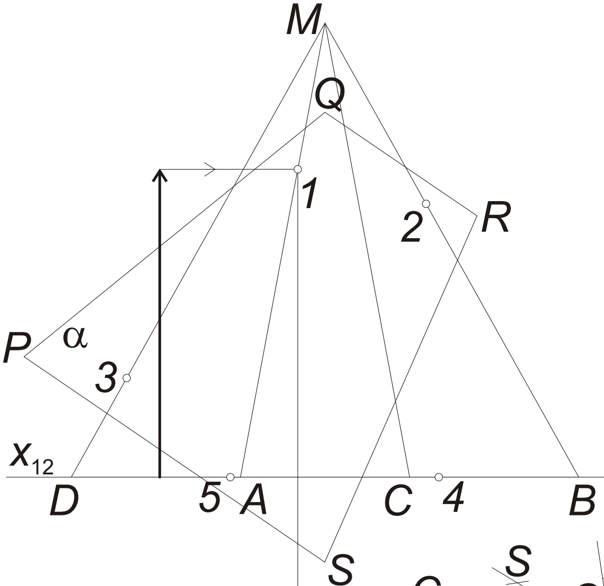


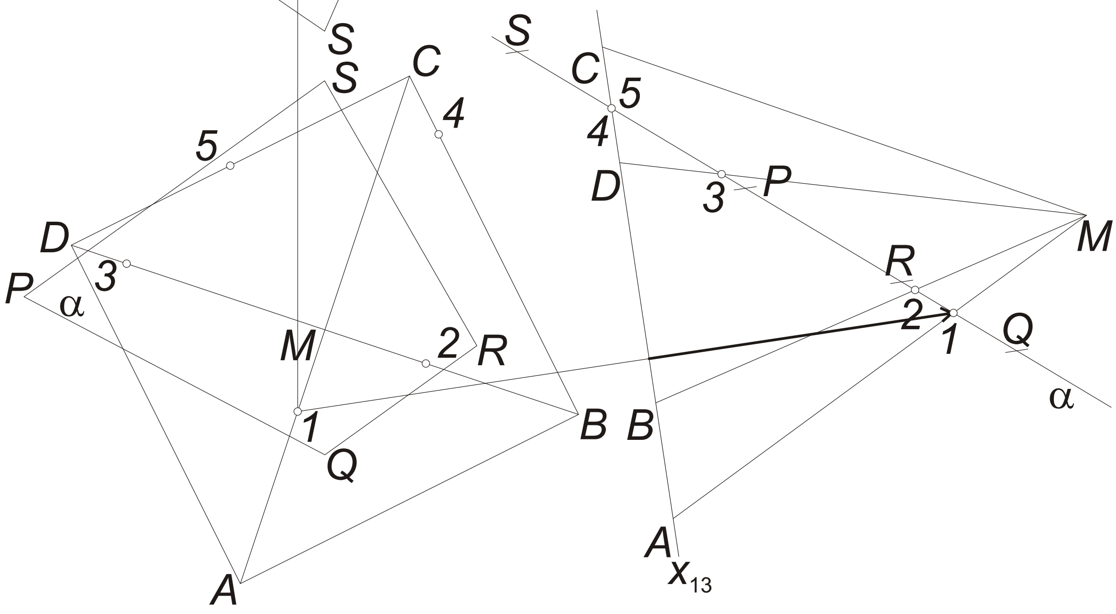
A metszetpoligon csúcsúcsai III. képének ismeretében rendezők segítségével megkeressük a csúcsoknak előbb az I. majd a II. képét. A III. kép alapján mindegyik csúcsról tudjuk, hogy a testnek melyik élére illeszkedik.

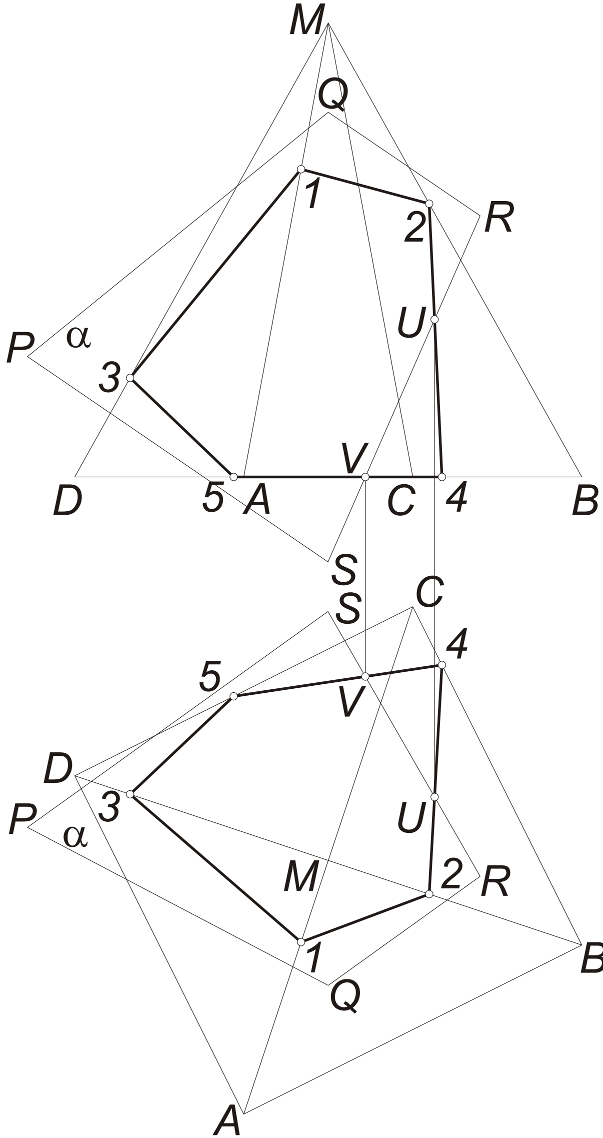


A szerkesztés pontatlanná válhat, ha valamely pont kijelölésekor a pontot kis szögben tudjuk kimetszeni. Például, ha az *1* csúcs *1"* vetületét rendezővel jelöljük ki *1'* ismeretében, akkor felléphet ez a probléma.

Pontosabb eredmény adódik, ha a III. képsíkon leolvassuk a pont "magasságát" (az x_{13} tengelytől mért távolságát), és azt egy rendező irányú egyenesre felmérjük a II. képsíkon az x_{12} tengelytől. Végül az így kapott "magasságban" jelölhetjük ki az *AM* él *A"M"* vetületén az *1* csúcs *1"* képét.







A metszetpoligon csúcsait összekötő éleket a következő általános szabály alapján kaphatjuk, ami konvex lapokkal rendelkező (de nem feltétlenül konvex) poliéder síkmetszetének szerkesztésekor alkalmazható.

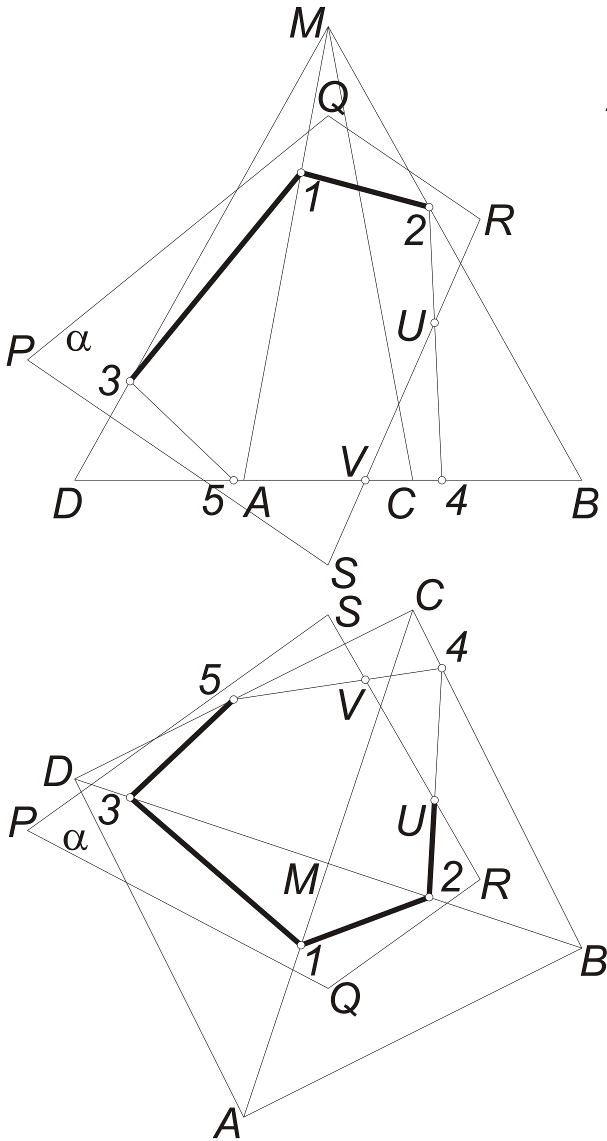
1. *A metszetpoligon két csúcsát pontosan akkor köti össze egy él, ha a poliédernek van olyan lapja, amelyre mindkét csúcs illeszkedik.*

2. *Ha a poliéder konvex, akkor a metszetpoligon maga is egy konvex síkidom.*

Az előbbi szabályt alkalmazva, például az *1* és *2* csúcspontok összeköthetők, mert mindkettő illeszkedik a gúla *ABM* oldallapjára. Hasonló módon összeköthetők a *4* és *5* csúcsok is, mert illeszkednek a gúla *ABCD* alaplapjára. Összeköthetjük továbbá a *2* és *4,* az *5* és *3,* valamint a *3* és *1* csúcsokat is, mert páronként rendre illeszkednek a *BCM,* a *CDM* és a *DAM* oldallapokra. Nem köthetők össze viszont például a *3* és *4* csúcsok, mert a gúlának nincs olyan lapja, amely mindkettőjüket tartalmazza.

Mivel a gúla konvex, a második szabályt is alkalmazhatjuk. Eszerint az *1, 2, 3, 4, 5* csúcsokat úgy kell összekötni, hogy konvex ötszöget kapjunk a lemez α síkjában, és így mindkét vetületben is. Ekkor is az előbbi eredmény adódik: a teljes α sík az *12453* konvex ötszöget metszi ki az *ABCDM* gúla felületéből.

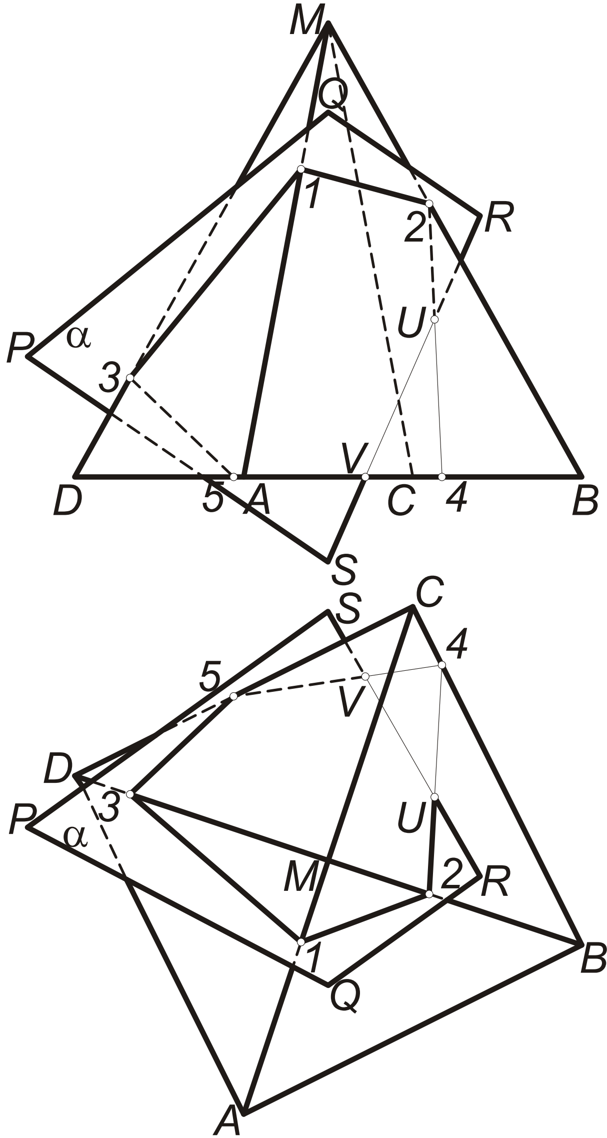
A poligon kijelöli a trapézlemez éleinek a gúla felületével alkotott *U, V* metszéspontjait is. Mivel ezek **I.** és **II.** képe egymástól függetlenül adódott, a rendezőjüket célszerű ellenőrizni.



A metszetpoligon éleinek láthatósága a következő szabály szerint állapítható meg. Az éleknek a metsző lemez belsejébe eső darabjait tekintjük. *Egy ilyen éldarab pontosan akkor látható, ha a poliédernek egy látható lapjára illeszkedik.*

Felülnézetben a gúla oldallapjai látszanak, így az *53,* a *31* és az *12* élek, valamint a *2U* éldarab látható. Az alaplap és így a rá illeszkedő *V5* éldarab azonban nem látszik.

Elölnézetben a gúla *DAM* és *ABM* oldallapjait lehet látni. Ennek megfelelően a *31* és az *12* élek lesznek láthatók.



Innentől a láthatóság feltüntetése a térszemlélet alapján történhet, illetve a felmerülő láthatósági kérdések a fedőpontpárok vizsgálata alapján dönthetők el.

A tömör gúla belsejében a trapézlemez *UV* éldarabját nem létező élnek tekintjük.