1. zárthelyi dolgozat Geometriából (2008. március 17).

1. Egy kocka három csúcspontjának koordinátái $A(1, 2, 3)$, $C(10, -2, 2)$, $A_1(3, 5, 9)$, ahol A és C egy lapátló, C és A_1 pedig egy testátló végpontjai. Határozzuk meg a többi csúcspont koordinátáit, valamint az AC lapátlónak egy hozzá képest kitérő helyzetű testátlótól mért távolságát. (10 pont)

2. Az ABC gömbháromszög oldalai legyenek $a = \pi/2$, $b = \pi/3$ $c = 2\pi/3$. Az AB oldal C_1 pontjára $AC_1 = \pi/4$, a BC oldal A_1 pontjára pedig $CA_1 = \pi/3$ teljesüljön. Az AA_1 és a CC_1 főkörívek metszéspontja legyen P. Számítsuk ki PB főkörívet valamint a CC_1A_1 szöget. (10 pont)

3. Adott egy gömbháromszög két oldala: $c = 74° 46'$ és $b = 118° 52' 7''$. Tudjuk továbbá, hogy $\beta + \gamma = 228° 40' 36''$. Mekkorák a háromszög oldalai és szögei. (10 pont)

4. Bizonyítsuk be, hogy ha a kör bármely pontjából merőlegeseket bocsátunk a körbe írható háromszög oldalegyeneseire, akkor az így kapott merőlegesek talppontjai egy egyenesbe esnek (*Wallace- vagy Simpson-egyenes*). (10 pont)

5. Egy szabályos négyoldalú hasáb (négyzet alapú egyeneshasáb) alaplapsíkjának egyenlete $3x - 2y - 6z = 0$. Az alaplap egyik csúcsa az origó, az egyik alapél pedig illeszkedik az $x - 2y = 28$ egyenletű síkra is. A hasáb magassága az alapélek hosszának másfélszerese. Határozzuk meg a test csúcsaiból álló pontrendszer súlypontját. (Csak az egyik megoldást kérjük.) (10 pont)

1. zárthelyi dolgozat pótlása Geometriából (2008. május 13).

1. Adva van két kitérő egyenes, melyek paraméteres előállítása: $x = -6 + 2t$, $y = 10 - 3t$, $z = 1 + t$ illetve $x = 3 - 3q$, $y = 9 + 6q$, $z = -3 - q$. Határozzuk meg a két egyenes normáltranszverzálisát és az arra eső metszéspontokat. (11p)

2. Bizonyítsuk be Ptolemaios tételét. (7p)

3. Egy kocka egyik élegyenese $x = -2 + 12t$, $y = -3 + 4t$, $z = -4 - 3t$, egy rajta fekvő csúcsnak a középpontra vonatkozó tükörképe $A(-5, 9, 0)$. Számítsa ki a többi csúcsának a koordinátáit. (12p).

4. Bizonyítsuk be, hogy egy egyenlő oldalú gömbháromszögben

$$2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{a}{2} = 1,$$

ahol a a gömbháromszög oldalát, α pedig a szögét jelenti. (9p)

5. Egy gömbháromszög szögei 45°, 60° és 120°. Számítsuk ki körülírt körének sugarát és a körülírt kör területét, valamint adjuk meg hányad részét tölti ki a körnek a háromszög. (11p)

1. zárthelyi dolgozat második pótlása Geometriából (2008. május 21).

1. Az $ABCD$ tetraéder AB, AC és AD élei páronként merőlegesek egymásra, az ABC háromszög pedig benne van az $5x - 3y + 4z - 3 = 0$ egyenletű síkban. A tetraéder két csúcsa ismert: $D(9, -6, 10)$, $B(-6, -7, z)$; térfogata pedig $V = 150$. Határozzuk meg a csúcspontok koordinátáit. (11p)

2. Írjuk le és bizonyítsuk Apolloniusz körhöz kapcsolódó tételét. (7p)

3. Adva van a négyzet alapú $ABCDM$ szabályos gúla, amelynek $ABCD$ alapnégyzete benne van a $2x - y - 2z + 17 = 0$ síkban, továbbá két csúcsának koordinátái $A(-1, 5, z)$ és $M(4, -2, 0)$. Határozzuk meg az alaplap többi csúcsának koordinátáit. (12p)

4. Egy gömbháromszög oldalinak mértéke 90°, 60° és 60°. Számítsuk ki a háromszögbe és a háromszög köré írt kör sugarát, valamint azt, hogy hányad részét fedi le a háromszögnek a beírt kör. (9p)

5. Legyen adott egy szabályos oktaéder, amelynek élhossza $a > 1$. Legyen az egységsugarú G gömb középpontja a szabályos oktaéder egyik csúcspontja. Az oktaéder ezen csúcsból kiinduló élei egy gömbnégyszöget metszenek ki a gömbből. Számítsuk ki ezen négyszög területét és adjuk meg körülírt körének területét. (11p)