**1. zárthelyi dolgozat Geometriából (2009. március 24).**

**1.** Határozza meg a szabályos dodekaéder lapszögét. Tekintsük továbbá a szabályos dodekaédernek a köré írt gömb középpontjából a gömbön keletkező vetületét. Határozzuk meg a keletkező gömbi ötszögek beírt és köré írt körének gömbi sugarát. (10 pont)

**2.** Adott a síkon két egybevágó, de ellentétes körüljárású konvex ötszög. Bizonyítsuk be, hogy a megfelelő, csúcsokat összekötő szakaszok felezőpontjai egy egyenesre illeszkednek. (8 pont)

**3.** Bizonyítsuk be az Euler-egyenesre vonatkozó tételt. (6 pont)

**4.** Adjuk meg az aranymetszés szerkesztésére vonatkozó eljárást és annak bizonyítását. (6 pont)

**5.** Az $ABCDM$ szabályos négyoldalú gúla $ABCD$ alaplapja illeszkedik a $3x - 2y - 6z - 27 = 0$ síkra, $ABM$ oldallapja pedig az $x - 2y + 13 = 0$ síkon van. Végül az $M$ csúcsot tartalmazza az $(x + 2)/3 = -(y + 3)/7 = -(z - 3)/5$ egyenes is. Számítsuk ki a test csúcsainak koordinátáit. (10 pont)

**6.** Magyarországot északról és délről rendre az 48°35’-hez és a 45°44’-hez tartozó északi szélességi körök, keletről és nyugatról pedig rendre a 22°54’-hez és a 16°7’-hez tartozó keleti hosszúsági körök határolják. Számítsuk ki a négy kör által határolt „négyszög” területét, (főkörökre illeszkedő) átlóinak hosszát, és az átlók szögét. Határozzuk meg az átlók metszéspontjának földrajzi koordinátáit is. (A Föld sugara 6370 km). (10 pont)

**1. zárthelyi dolgozat pótlása Geometriából (2009. május 11).**

**1.** Tekintsük az $ABC$ háromszöget és az $AC$ és $CB$ oldalaira kifelé rajzolt $ACPQ$ és $CBRS$ négyzeteket. Bizonyítsuk be, hogy $PS$ kétszer akkora, mint a háromszög $C$-hez tartozó súlyvonala. Legyen továbbá $F$ a $QR$ szakasz felezőpontja. Határozzuk meg az $ABF$ háromszög szögeit. Mutassuk meg, hogy az $AR$ és $BQ$ szakaszok metszéspontja illeszkedik a $ABC$ háromszög $C$-hez tartozó magasságvonalára. (16 pont)

**2.** Határozza meg a szabályos ikozaéder lapszögét. Tekintsük továbbá a szabályos ikozaédernek a köré írt gömb középpontjából a gömbön keletkező vetületét. Határozzuk meg a keletkező gömbi háromszögek beírt és köré írt körének gömbi sugarát. (10 pont)

**3.** Bizonyítsuk be Ptolemaiosz tételét. (8 pont)

**4.** Igazoljuk a Heron-formulát. (6 pont)

**5.** Adott az $A(2, 0, 3)$ ponton áthaladó $\boldsymbol{v} = (-2, 1, 2)$ vektorral párhuzamos $e$ egyenes és a $P(x + 2, 1, 4)$ pont. Határozzuk meg $x$ értékét úgy, hogy $P$ és $e$ távolsága $\sqrt{2}$ legyen. (10 pont)

**1. zárthelyi dolgozat második pótlása Geometriából (2009. május 22).**

**1.** Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletrendszerét, amely merőleges a $2x + 4y - z + 5 = 0$ síkra és metszi az $x/2 = -y = z$, és $(x - 2)/3 = (y - 1)/5 = z/3$ egyeneseket. (15 pont)

**2.** Adott az $ABC$ derékszögű háromszög, amelynek derékszögű csúcsa $C$, és adott a síkjára illeszkedő $XYZ$ háromszög. Tükrözzük $XYZ$-t az $ABC$ háromszög $a$, majd $b$ befogójának, egyenesére és végül a $c$ átfogó egyenesére is. Tekintsük az $XYZ$ háromszögnek a három tükrözés után adódó $X^*Y^*Z^*$ képét. Bizonyítsuk be, hogy az $XX^*$, $YY^*$, $ZZ^*$ szakaszok felezőpontjai illeszkednek az $ABC$ háromszög $C$ csúcshoz tartozó magasságvonalának egyenesére. (15 pont)

**3.** Bizonyítsuk be a körhöz egy külső pontból húzott érintő és szelőszakaszok között fennálló összefüggést. Hogyan szerkeszthető meg a tétel alkalmazásával egy adott egyenest érintő és két adott ponton áthaladó kör középpontja? (10 pont)

**4.** Egy szabályos gömbháromszög szögei 72 fokosak. Határozzuk meg a háromszögbe és a háromszög köré írható körök gömbi sugarait. Igaz-e, hogy e háromszög súlypontja harmadolja a gömbi súlyvonalakat?. (10 pont)