**1. zárthelyi dolgozat Geometriából (2011. március 24.)**

**1.** Budapestről (K.h. 19°, É.sz. 47°30′) indulva az északi sarkkör (É.sz. 66°30′) geometriai érintésével egy főkör mentén körberepüljük a Földet. Feltöltött üzemanyagtartállyal indulunk, és útközben a távolságot egyenletesen felosztva hatszor tankolunk a levegőben. Határozzuk meg az indulás irányát, a pálya Északi-sarkkörrel közös pontjának hosszúsági koordinátáját és az utolsó tankolás helyének földrajzi koordinátáit is. A lehetséges megoldások közül azt válasszuk, amelyben az indulás iránya hegyesszög. (10p)

**2.** Határozzuk meg az egységnyi sugarú gömb felületére illeszkedő, egységnyi területű gömbi négyzet (szabályos négyszög) beírt körének területét. (10 pont)

**3.** Egy szabályos négyoldalú gúla magassága 22, alaplapja illeszkedik a $6x - 9y + 2z + 50 = 0$ egyenletű síkra, a test egyik oldalélének egyenletrendszere pedig $x / 5 - 1 = -y / 24 - 2/3 = = -z / 2 + 9/2$. Határozzuk meg a test csúcsainak koordinátáit. Elég az egyik megoldást kiszámítani. (12 pont)

**4.** Adottak az $e$ és $f$ egyenesek valamint az $\alpha$ és $\beta$ síkok. Állítsuk elő az $e$ és $f$ egyeneseknek azt a transzverzálisát, amely párhuzamos az $\alpha$ és a $\beta$ síkkal is. $e$: $x = 5 - 6t$, $y = -3t$, $z = 1 + 4t$; $f$: $x = 2t$, $y = 3 + t$, $z = 9 - t$; $\alpha$: $x - y = 19$; $\beta$: $2x + 11z = 17$. (10 pont)

**5.** Ismertessük a Feuerbach-féle körre vonatkozó tételt, és bizonyítsuk be a megfogalmazott állítást. (8 pont)

**1. zárthelyi első pótlása Geometriából (2011. május 12.)**

**1.** Mekkora a *Bermuda-háromszög* területe? A háromszög csúcsait *Bermuda szigete* (É: 32°18′, Ny: 64°47′), *Miami* (É: 25°47′, Ny: 80°14′) és *Puerto Rico* (É: 18°28′, Ny: 66°6′) képezi. A Földet egy 6371 km sugarú gömbnek tekintsük. (10p)

**2.** Egy szabályos tetraéder éleit érintő gömbön tekintsük a tetraéderlapok beírt körei által határolt gömbi köröket. Számítsuk ki e négy egybevágó gömbi kör összterületének és a gömb teljes felszínének arányát. (12 pont)

**3.** Egy szabályos tetraéder egyik csúcsa az $A(-4, 1, -3)$ pont, egyik élének $e$ egyenesét pedig az $x + y = 2$, $z = 10$ egyenletrendszer írja le. Határozzuk meg a tetraéder *B, C,* és *D* csúcsait. (12 pont)

**4.** Állítsuk elő az $e$ és $f$ egyenesek origón áthaladó transzverzálisának paraméteres egyenletrendszerét, és a transzverzális szakasz végpontjainak koordinátáit. $e$: $2 - 2x = 2y = z - 5$, $f$: $(x + 1) / 5 = (1 - y) / 3 = (z - 1) / 3$. (8 pont)

**5.** Ismertessük a szabályos ötszög szerkesztésének módját (adott középpont és adott csúcs esetén), és bizonyítsuk az eljárás helyességét. (8 pont)

**1. zárthelyi második pótlása Geometriából (2011. május 19.)**

**1.** Számítsuk ki *Budapest* (É: 47°30′, K: 19°2′) és *Peking* (É: 39°54′, K: 116°24′) gömbi távolságát. Határozzuk meg a *Budapest – Peking – Északi-sark* gömbháromszög *Északi-sarkkörön* (É: 66°30′) kívül eső részének a területét. A *Földet* egy 6371 km sugarú gömbnek tekintsük. (10p)

**2.** A gömb felületét egybevágó szabályos gömbháromszögekre és egybevágó szabályos gömbnégyszögekre bontjuk úgy, hogy minden élhez az egyik oldalon egy háromszög, a másikon pedig egy négyszög csatlakozik, és minden csúcsot két-két négyszög és két-két háromszög vesz körül. Határozzuk meg a négyszögekbe és a háromszögekbe írható gömbi körök területének arányát. (Az említett felosztás a gömbbel koncentrikus (4, 3, 4, 3) archimédeszi test kivetítésével származtatható. Maga a test pedig egy kockából nyerhető, ha annak minden csúcsát a belőle kiinduló élek felezőpontjain áthaladó síkokkal lemetszük.) (12 pont)

**3.** Adott egy szabályos négyoldalú gúla alaplapjának $\alpha$ síkja és a gúla $M$ csúcsa. Adott továbbá az egyik oldallap $M$-re illeszkedő $\beta$ síkja. Határozzuk meg a gúla alaplapon lévő *A, B, C, D* csúcsainak koordinátáit. $\alpha$: $2x + 6y - 3z = -21$, $\beta$: $8x + 10y + 9z = 77$, $M(4, 9, -5)$. (12 pont)

**4.** Határozzuk meg az $e$ és $f$ egyenesek távolságát és hajlásszögét, állítsuk elő normál transzverzálisuk egyenletrendszerét. $e$: $4 - 2x = 6y - 24 = 3z + 12$, $f$: $1 - x = 6y = 2z - 10$. (10 pont)

**5.** Ismertessük HERON (háromszög területére vonatkozó) tételét, és bizonyítsuk azt. (8 pont)