

2. zárthelyi dolgozat Geometriából (2007. május 7).

1. Adjuk meg a következő másodrendű görbe kanonikus alakját:

$$17x^2 + 16xy + 17y^2 - 2x + 52y - 172 = 0. \quad (10p)$$

2. Az ABC háromszög AC oldala fölé kifelé az ACX szabályos háromszöget szerkesztettük, a BC oldal fölé pedig kifelé a CBY egyenlőszárú háromszöget rajzoltuk, amelynek szárai az Y csúcsonál 120° -os szöveget alkotnak. Az Y pontot tükrözzük az AB oldal F felezéspontjára, legyen ez a pont Z . Milyen háromszög az XYZ , és miért? (10p)

3. Tekintsük azt a síkot, amely tartalmazza az O pontot, és az $x = 1 + 4t$, $y = -2 + 2t$, $z = 2 + 3t$ egyenest. Határozzuk meg az erre a síkra való tükrözés mátrixát, majd ennek alkalmazásával adjuk meg a $P(7, 3, 10)$ pont tükörképét. (7p)

4. Adott az $ABCD$ konvex négyszög. Bizonyítsuk be, hogy ha az ABQ és CDR egyenlőszárú derékszögű háromszögek Q és R csúcsai egybeesnek, akkor a BCS és a DAT egyenlőszárú derékszögű háromszögek S és T csúcsai is egybeesnek. (12p)

5. Vegyük a $4x^2 + 2y^2 + z^2 = 4$ egyenletű ellipszoidot. Forgassuk el először az $x - 2 = y - 3 = z + 1$ egyenletrendszerű egyenes körül 120° -kal, majd az elforgatott felületet tükrözzük az $x = 0$, $y = -3z$ egyenletrendszerű egyenesre. Adjuk meg a transzformált felület egyenletét. (11p)

Jó munkát kívánunk!

2. zárthelyi dolgozat pótlása Geometriából (2007. május 15).

1. Számítsa ki a $16x^2 + 24xy + 9y^2 + 180x + 10y + 325 = 0$ a parabola csúcspontján áthaladó és a parabola tengelyével 45° -os szöveget bezáró húr hosszát. (13p)

2. Tekintsük az $O(0, 0, 0)$, $A(1, 1, 2)$, $B(-2, 2, 0)$ pontok által meghatározott OAB síkot és az OA egyenest. Vegyük azt a ponttranszformációt, amelynek során először az OAB síkra majd pedig az OA egyenesre tükrözünk. Határozzuk meg ezen leképezés mátrixát. (7p)

3. Az $[xy]$ koordinátarendszert forgassuk el az origó körül 30° -kal majd toljuk el a kezdőpontot a $(4, 8)$ pontba. Mi lesz az új koordinátarendszerben a $4x - 3y - 1 = 0$ egyenes egyenlete. (6p)

4. Forgassuk el a $z^2 - 4x^2 = 4$ egyenletű (hiperbolikus) hengerfelületet a $2 - x = 3 + y = -1 - z$ egyenes körül 240° -os szöggel, majd tükrözzük az $O(0, 0, 0)$, $A(1, -2, 3)$, $B(-1, 4, -3)$ pontok síkjára. Adjuk meg a transzformációk után nyert felület egyenletét. (10p)

5. Adottak egy S kör AB és CD húrjai, továbbá a CD húron egy J pont. Szerkesszünk a körön olyan X pontot, hogy az AX és BX hűrok által a CD húrból kivágott EF szakasznak J éppen a felezéspontja legyen. (14p)

Jó munkát kívánunk!