2. zárthelyi dolgozat Geometriából (2009. május 6.)

1. Adott az e egyenes, amelynek egyenletrendszere $x-2=4-2y=z+1$. Írjuk föl térbeli homogén koordináta-rendszerben az e egyenes körüli negyedfordulatnak és inverzének a mátrixát. Tekintsük azt a négyzetet, amelynek egyik csúcsa a koordináta-rendszer kezdőpontja $O(0, 0, 0)$, és a síkjára merőleges (negyedrendű) szimmetriatengelye az e egyenes. Határozzuk meg a négyzet hiányzó csúcsainak koordinátáit.. (10 pont)

2. Adjuk meg az $x+y=1$ és az $x-y=0$ síkokra vonatkozó tükrözések, továbbá a z tengely körüli 90°-os forgatás és a $(1, -1, 0)$ vektorral történő eltolás (ebben a sorrendben vett) kompozíciójaként adódó transzformáció mátrixát és eltolási részét. Határozzuk meg a $4(x-1)^2+9(y-2)^2=72z$ elliptikus paraboloid a transzformációnál adódó képének egyenletét. (14 pont)

3. Határozzuk meg a $6xy+8y^2-12x-26y+11=0$ egyenletű másodrendű görbe fókuszainak koordinátáit az eredeti és a görbe tengelyei által meghatározott koordináta-rendszerekben. (10 pont)

4. Tekintsük a $13x^2-10xy+13y^2-10x+26y-59=0$ egyenletű ellipszist. Határozzuk meg a görbe kanonikus egyenletét. Jelölje A és A' a nagytengely, B és B' pedig a kistengely végpontjait úgy, hogy $ABA'B'$ pozitív körüljárású négyszög legyen. Jelölje továbbá d_1, d_3, d_5 rendre az AB, $A'B$, $A'B'$ húrok, d_2 és d_4 pedig a B és A' tengelyvégpontokhoz tartozó érintők egyenesét. Végül legyen P a d_1 és d_4, Q pedig a d_2 és d_5 egyenesek metszéspontja. Határozzuk meg a PQ egyenes egyenletét (az eredeti koordináta-rendszerben), és vizsgáljuk meg kölcsönös helyzetét d_3-mal. (16 pont)

2. zárthelyi dolgozat pótlása Geometriából (2009. május 11.)

1. Adott az $x^2-2xy+y^2-4x-4y+4=0$ egyenletű parabola. Határozzuk meg a görbe fókuszának koordinátáit és direktrixének egyenletét. (10 pont)

2. Határozzuk meg a $108x^2+96xy+80y^2-132x+176y-121=0$ másodrendű görbe kanonikus egyenletét. Számítsuk ki a fókuszok koordinátáit, és rajzoljuk meg a görbét az eredeti koordináta-rendszerben. (10 pont)

3. Tekintsük az $x^2+y^2+z^2-2xy-2yz-2zx=6$ implicit egyenletével megadott felületet. Állítsuk elő a felület egyenletét egy olyan (u, v, w) derékszögű koordináta-rendszerben, amelynek kezdőpontja egybeesik az (x, y, z) rendszer origójával és w tengelye egyállású az $(1, 1, 1)$ vektorral. Vizsgáljuk meg az új koordináta-rendszerben, hogy milyen görbéket metszenek ki a felületből a w-re merőleges és a w-t tartalmazó síkok. Mutassuk meg, hogy a $v^2=3$ párhuzamos síkpárra illeszkedő $2u^2=w^2$ metsző egyenespárok és ezek w körüli elforgatottjai illeszkednek a felületre. (15 pont)

4. Írjuk fel annak a 60°-os forgatástükrözésnek a homogénkoordinátás mátrixát, amelynek fixpontja az $P(-1, 1, -1)$ pont, és tengelye párhuzamos az $\boldsymbol{n}=(1, 1, -1)$ vektorral. Határozzuk meg annak a kockának a transzformációnál keletkező képét, amelynek egyik csúcsa az origó és középpontja a P pont, élei pedig a koordináta tengelyekkel párhuzamos egyenesekre illeszkednek. (15 pont)

2. zárthelyi dolgozat második pótlása Geometriából (2009. május 22.)

Nem volt rá igény.