

**A zárthelyi dolgozatok összevont pótlása Geometriából**  
**2007. május 23.**

1. Hozzuk kanonikus alakra a következő másodrendű görbe egyenletét:

$$x^2 - 2xy + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0. \quad (8p)$$

2. Az  $ABCD$  négyszög mindegyik oldala fölé kifelé egyenlőszárú derékszögű háromszögeket rajzolunk, így kapjuk a  $DPA$ ,  $AQB$ ,  $BRC$ ,  $CSD$  háromszögeket. A derékszögű csúcsok rendre a  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$  pontokban vannak. Bizonyítsuk be, hogy a  $PR$  és  $QS$  egymásra merőlegesek és egyenlő hosszúak. (14p)

3. Legyenek adottak az  $ABC$  háromszög oldalain az ábrán látható módon az  $N$ ,  $H$ ,  $O$  pontok, ahol  $N$  negyedelő,  $H$  harmadoló,  $O$  pedig ötödölő pontja a megfelelő oldalnak. Legyen  $AH \cap OB = D$ , és  $CN \cap OB = G$ . Számítsuk ki az  $ABC$  és az  $ADG$  háromszögek területének az arányát. (16p)

4. Mekkora az  $\frac{x+2}{4} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-7}{9}$  egyenes távolsága a  $z$  tengelytől. (9p)

5. Egy szabályos tetraéder egyik magasság egyenesének egyenletrendszere  $x = 4 + t$ ,  $y = 4 + t$ ,  $z = 4 + t$ , egyik csúcsa az  $A(-3, 12, 4)$  pont. Számítsuk ki a tetraéder további csúcsainak koordinátáit. (15p)

6. Adott az  $x + y + z = 1$  sík és az  $\frac{x+1}{3} = 2y = \frac{z}{3}$  egyenes. Írjuk fel annak a síkbeli egyenesnek az egyenletrendszerét, amely áthalad a megadott egyenes és a sík közös pontján, és merőleges az adott egyenesre. (10p)

7. Szerkesszünk az  $ABC$  háromszög oldalaira szabályos háromszögeket az ábrán látható módon. Jelöljük  $M$ -mel az  $ABC_1$  háromszög középpontját. Mit mondhatunk az  $A_1B_1M$  háromszögről? (13p)

8. Tekintsük azt a síkot, amely tartalmazza az  $A(1, 0, 0)$  pontot és az  $x = 1 + 4t$ ,  $y = -2 + 2t$ ,  $z = 2 + 3t$  egyenest. Határozzuk meg a síkra való tükrözés mátrixát és eltolási részét, majd ezek alkalmazásával adjuk meg a  $P(7, 3, 10)$  pont tükörképét. (15p)

- 1. zh pótlása** a 3, 4, 5, 6 feladatokkal;  
**2. zh pótlása** az 1, 2, 7, 8 feladatokkal;  
**összevont pótlás** az 1, 2, 5, 7 feladatokkal.

Jó munkát kívánunk!