5. gyakorlat: **Numerikus sorok**

1) Az N-edik részletösszeg (s_N) felírása után a definíció segítségével döntsük el, hogy a sor konvergens-e, és ha igen, adjuk meg a sorösszeget is!

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+2n}$ c) $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n^2-5n+6}$ d) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1+(-1)^n}{n(n+4)}$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$ f) $\sum_{n=2}^{\infty} \ln\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$ g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}\left(\sqrt{n}-\sqrt{n+1}\right)}$

2) Határozzuk meg az alábbi geometriai sorok kezdő tagját (a), kvóciensét (q), és ha konvergens a sor, akkor számoljuk ki a sorösszeget (S) is! (Ügyeljünk az indexekre!)

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{11}{3^n}$ b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{-1}{e^{2n}}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} \cos(n\pi)\left(\frac{2}{3}\right)^n$ d) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \frac{\pi^{2n}}{e^{4n}}$ e) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{3n} \frac{\pi^{3n}}{e^{3n}}$

f) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{2n}-2^n}{5^n}$ g) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{4^{2n}+2^{3n}}{4^{3n}}$ *h) $\sum_{n=0}^{\infty} \sin(n\frac{\pi}{2})\left(\frac{e}{4}\right)^n$ *i) $\sum_{n=5}^{\infty} \cos(n\frac{\pi}{2})\left(\frac{1}{2}\right)^{3n}$

3) Döntsük el, hogy az alábbi számsoroknál használható-e nevezetes kritérium, s ha igen, akkor valamelyik kritérium felhasználásával vizsgáljuk meg a sor konvergenciáját!

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n^3-n+3}{3n^4+2n^2+7}$ b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2-n+3}{2n^5+2n^2+7}$ c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\cdot\ln(n)}$ d) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}\cdot\ln(n)}$

e) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2\cdot\ln(n)}$ f) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln(n)}{\sqrt{n^7}}$ g) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n+4^n}{3^n+5^n}$ h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+4)}}$

i) $\sum_{n=0}^{\infty} n\left(\frac{3}{4}\right)^n$ j) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3n^4}{n!}$ k) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$ l) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n\cdot n!}{n^n}$ m) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n\cdot n!}{1000\cdot n^n}$

n) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n))^n}$ o) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{arctg(n)}{\pi}\right)^n$ p) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{2n}\right)^n$ q) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n(n-1)}$

4) Vizsgáljuk meg a következő sorokat konvergencia, abszolút konvergencia, feltételes konvergencia szempontjából!

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt[5]{n}+5}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1}\left(\frac{n+1}{n+5}\right)^n$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{5^n}{2^n+10^n}$ d) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot \frac{1}{4^n}$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot \frac{n^{100}}{2^n}$ f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n)}{\sqrt[3]{n^4}}$ g) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n-1}{n(n+1)}$ h) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\cdot\ln(n)}$

Halmschlager Andrea