

Matematika A3 gyakorlat

Energetika és Mechatronika BSc szakok, 2016/17 tavasz

4. feladatsor: Felszín, felszíni és felületi integrál

1. Forgassuk meg az $y = f(x)$ differenciálható függvény grafikonját az x tengely körül. Írjuk fel a kapott forgástest egy paraméteres egyenletét. Mekkora az $a \leq x \leq b$ sávba eső rész felszíne?
2. Határozzuk meg az $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ egyenletű gömbfelület $(x - 1)^2 + y^2 \leq 1$ egyenletű hengeren belüli részének a felszínét.
3. Hol van a tömegközéppontja az origó középpontú, vékony, R sugarú, egyenletes μ felületi tömegsűrűségű gömbhéj, $z \geq 0$ féltérbe eső részének?
4. Az $\mathbf{r}(u, v) = e^u \cos v \mathbf{i} + e^u \sin v \mathbf{j} + u \mathbf{k}$, $u \leq 0$, $v \in [0, 2\pi]$ tölcser felületi tömegsűrűségét a $\mu(x, y, z) = 1 + x$ függvény írja le. Mekkora a tömege?
5. Mi az $\mathbf{u}(x, y, z) = x \mathbf{i} - y \mathbf{j} + z \mathbf{k}$ vektormező integrálja az $\mathbf{r}(u, v) = (u + 2v) \mathbf{i} + v \mathbf{j} + (u - v) \mathbf{k}$ felület $(u, v) \in [0, 3] \times [0, 1]$ darabján $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v}$ irányítás mellett?
6. Határozza meg az $\mathbf{u} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$\mathbf{u}(x, y, z) = (x^2 + 2xy - xz) \mathbf{i} - y^2 \mathbf{j} - 2xz \mathbf{k}$$

vektormező integrálját az origó középpontú $R = 2$ sugarú gömb felületére kifelé mutató irányítás mellett.

További gyakorló feladatok

7. Mekkora az $\mathbf{r}(u, v) = e^u (\cos v \mathbf{i} + \sin v \mathbf{j} + \mathbf{k})$ felület $(u, v) \in [0, 1] \times [0, \pi/4]$ paramétertartománynak megfelelő darabjának a felszíne?
8. Mekkora a felszíne az $\mathbf{r} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$\mathbf{r}(u, v) = u \mathbf{i} + v \mathbf{j} + uv \mathbf{k}$$

felület $u^2 + v^2 \leq 1$ paramétertartománynak megfelelő darabjának?

9. Számítsuk ki az M tömegű, homogén tömegeloszlású, $x^2 + y^2 = R^2$, $|z| \leq \frac{h}{2}$ egyenletű hengerpalást tehetetlenségi nyomatékát a koordinátatengelyekre nézve.
10. Integráljuk a $\mathbf{v}(x, y, z) = xy \mathbf{i} + (2x + z) \mathbf{k}$ vektormezőt az $\mathbf{r}(u, v) = (u + 2v) \mathbf{i} - v \mathbf{j} + (u^2 + 3v) \mathbf{k}$ felület $0 \leq u \leq 3$, $-2 \leq v \leq 0$ paramétertartománynak megfelelő darabján $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v}$ irányítás mellett.
11. Integráljuk a $\mathbf{v}(x, y, z) = (x + y) \mathbf{i} + z^2 \mathbf{k}$ vektormezőt az $x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 1$ egyenletű felületen kifelé (a z tengelytől távolodó irányba) mutató irányítás mellett.