Matematika A3 gyakorlat

Energetika és Mechatronika BSc szakok, 2016/17 tavasz

9. feladatsor: Állandók variálása, megoldás sorfejtéssel

---

1. Határozzuk meg az $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$ differenciálegyenlet általános megoldását.
2. Határozzuk meg az
$$\mathbf{y}' = \begin{bmatrix} -1 & 2e^{-2x} \\ -e^{2x} & 4 \end{bmatrix} \mathbf{y} + \begin{bmatrix} -6e^{-2x} \\ 0 \end{bmatrix}$$
differenciálegyenlet-rendszer általános megoldását, ha a hozzá tartozó homogén rendszernek $\mathbf{y}_1(x) = (e^x, e^{3x})$ és $\mathbf{y}_2(x) = (2, e^{2x})$ megoldásai.
3. Határozzuk meg az
$$\mathbf{y}' = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+x^2} & 0 \\ 1 & \frac{1}{1+x^2} \end{bmatrix} \mathbf{y} + \begin{bmatrix} \frac{1}{1+x^2} \\ 1 \end{bmatrix}$$
differenciálegyenlet-rendszer általános megoldását.
4. Határozzuk meg az $xy'' - (x+1)y' + y = x^2 e^x$ differenciálegyenlet általános megoldását, ha tudjuk, hogy $y_1(x) = e^x$ és $y_2(x) = x + 1$ megoldja a hozzá tartozó homogén egyenletet.
5. Oldjuk meg sorfejtéssel az $y' = x + y$ differenciálegyenletet $y(0) = 0$ kezdeti feltétel mellett.

További gyakorló feladatok

6. Határozzuk meg az $y' - (\tan x + \operatorname{ctg} x)y = -4\sin^2 x$ differenciálegyenlet általános megoldását.
7. Oldjuk meg az $xy' - y = x^3 + 1$ differenciálegyenletet $y(2) = 5$ kezdeti feltétel mellett.
8. Határozzuk meg az $y' + y = e^{-x}$ differenciálegyenlet általános megoldását.
9. Oldjuk meg az $y' + y\cos x = \sin x \cos x$ differenciálegyenletet $y(0) = 1$ kezdeti feltétel mellett.
10. Határozzuk meg az
$$\mathbf{y}' = \begin{bmatrix} x & 1-x^2 \\ 1 & -x \end{bmatrix} \mathbf{y} + \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}$$
differenciálegyenlet-rendszer általános megoldását, ha a hozzá tartozó homogén rendszernek $\mathbf{y}_1(x) = (1 + x^2, x)$ és $\mathbf{y}_2(x) = (x, 1)$ megoldásai.
11. Oldjuk meg az
$$\mathbf{y}' = \begin{bmatrix} \frac{x}{1+x^2} & 0 \\ \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} & \frac{x}{1+x^2} \end{bmatrix} \mathbf{y} + \begin{bmatrix} \frac{1}{1+x^2} \\ -\frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}} \end{bmatrix}$$
differenciálegyenlet-rendszert $\mathbf{y}(0) = (0, 1)$ kezdeti feltétel mellett.
12. Határozzuk meg az $y'' - y = \frac{2}{x} - 2x \ln x$ differenciálegyenlet általános megoldását ($x > 0$), ha tudjuk, hogy $y_1(x) = e^x$ és $y_2(x) = e^{-x}$ megoldja a hozzá tartozó homogén egyenletet.
13. Oldjuk meg az $xy''' + 2y'' = \frac{1}{x}$ differenciálegyenletet $y(1) = 1$, $y'(1) = y''(1) = 0$ kezdeti feltétellel.
14. Sorfejtés segítségével határozzuk meg az $(1 - x)y'' + xy' - y = 0$ differenciálegyenletet $y(0) = y'(0) = 1$ feltételt kielégítő megoldását.
15. Sorfejtés segítségével határozzuk meg az $y'' - xy' + 4y = 0$ differenciálegyenlet $y(0) = 3, y'(0) = 0$ kezdeti feltételt kielégítő megoldását.