

FELADATOK AZ A1 (VBK) TÁRGY HALLGATÓI SZÁMÁRA
11. hét

1. Keressük meg a primitív függvényeket. (elemi függvények integrálása)

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int (3x^9 - 2\sqrt[3]{x} + \frac{2}{x^2}) dx & \text{b)} \int_1^2 \frac{x^2 - 7x + 8}{x^2} dx & \text{c)}^{\text{hf}} \int_0^1 \frac{x^2}{x^2 + 1} dx \\ \text{d)} \int \text{tg}^2 x dx & \text{e)}^{\text{hf}} \int \frac{\cos 2x}{\sin x + \cos x} dx & \end{array}$$

2. Keressük meg a primitív függvényeket. (parciális integrálás módszere)

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int_0^1 x^2 e^{-x} dx & \text{b)}^{\text{hf}} \int x \cos x dx & \text{c)}^{\text{hf}} \int_0^1 x e^{2x} dx \\ \text{d)} \int \ln x dx & \text{e)}^{\text{hf}} \int \arctg x dx & \text{f)} \int e^x \sin x dx \\ \text{g)}^{\text{hf}} \int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx & & \end{array}$$

3. Keressük meg a primitív függvényeket. (helyettesítési módszerek 1.)

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int (2x + 3)^5 dx & \text{b)} \int \frac{1}{(3 - 2x)^5} dx & \text{c)}^{\text{hf}} \int \frac{2}{9x + 1} dx \\ \text{d)}^{\text{hf}} \int e^{11x} + \cos(111x) dx & \text{e)} \int \frac{2}{4x^2 + 4x + 11} dx & \text{f)} \int \frac{2x}{9x^2 + 3} dx \\ \text{g)} \int \frac{3x + 1}{\sqrt{-2x - x^2}} dx & \text{h)}^{\text{hf}} \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx & \text{i)} \int \sin(3x - 1) \cos(2 - x) dx \\ \text{j)} \int \frac{1}{x \ln^3 x} dx & \text{k)} \int \text{tg} x dx & \text{l)} \int \sin x \cos^4 x dx \\ \text{m)} \int \sin^5 x dx & \text{n)} \int \sin^4 x dx & \text{o)} \int_{-1}^1 \text{sh}^3 x dx \\ \text{p)}^{\text{hf}} \int \frac{\text{sh} x}{\sqrt{\text{ch} x}} dx & \text{q)}^{\text{hf}} \int \frac{1}{x \ln x} dx & \text{r)}^{\text{hf}} \int \frac{1}{\sqrt{1 - x^2} \cdot \arcsin x} dx \\ \text{s)}^{\text{hf}} \int e^{9x} (e^{9x} + 1)^9 dx & \text{t)} \int x e^{3x^2} dx & \text{u)}^{\text{hf}} \int \frac{e^{\sqrt{t}}}{\sqrt{t}} dt \\ \text{v)}^{\text{hf}} \int \frac{\ln x}{x} dx & \text{w)}^{\text{hf}} \int \frac{\ln^3 x}{x} dx & \text{x)}^{\text{hf}} \int \frac{2}{\cos^2 x \text{tg}^4 x} dx \end{array}$$

$$4^{\text{hf}} \text{ Hol a hiba? } \ln|x| = \int \frac{1}{x} dx = \int \frac{100}{100x} dx = 100 \int \frac{1}{100x} dx = 100 \frac{\ln|100x|}{100} = \ln|100x|$$

Emlékeztető

– Legyen $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ tetszőleges függvény. Ha egy $F : I \rightarrow \mathbb{R}$ függvényre $F' = f$, akkor F az f primitív függvénye. f primitív függvényeinek halmazát $\int f$ jelöli. Szokásos még az $\int f(x) dx$ jelölés is, illetve a *határozatlan integrál* elnevezés.

$$\begin{array}{l} \int f(ax + b) dx = \frac{F(ax + b)}{a} + C \quad (F' = f); \quad \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + C; \\ - \int f'(x) f^\alpha(x) dx = \frac{f^{\alpha+1}(x)}{\alpha + 1} + C \quad (\text{ha } \alpha \neq -1); \quad \int f(g(x)) g'(x) dx = F(g(x)) + C \quad (F' = f); \\ \int f'(x) e^{f(x)} dx = e^{f(x)} + C \end{array}$$

– A *parciális integrálás*: $\int f g' = f g - \int f' g$.