

FELADATOK AZ A1 (VBK) TÁRGY HALLGATÓI SZÁMÁRA
14. hét

1. Bontsuk fel a \vec{v} vektort a \vec{a} , \vec{b} és a \vec{c} vektorokkal párhuzamos összetevőkre.

$$\text{a) } \vec{v} = \begin{bmatrix} 9 \\ -9 \\ 10 \end{bmatrix}, \vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{b) } \vec{v} = \begin{bmatrix} 31 \\ -37 \\ 19 \end{bmatrix}, \vec{a} = \begin{bmatrix} -8 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \vec{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

2. Döntse el, hogy lineárisan függetlenek-e.

$$\text{a) } \vec{a} = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}, \vec{c} = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \text{b) } \vec{a} = \begin{bmatrix} -9 \\ 9 \\ 3 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \vec{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3.^{hf} Számítsuk ki az $\vec{a} = \begin{bmatrix} 7 \\ -1 \\ 6 \end{bmatrix}$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 20 \\ 1 \end{bmatrix}$ vektorok szögét.

4. Mennyi legyen $t \in \mathbb{R}$ értéke, hogy az $\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} 12 \\ 4 \\ t \end{bmatrix}$ vektorok merőlegesek legyenek egymásra?

5. Írja fel az $\mathbf{A}(0, -1, 2)$ és $\mathbf{B}(2, 2, -4)$ végpontok által megadott szakasz 2:3 arányú osztópontjának koordinátáit.

6.^{hf} Bizonyítsuk be, hogy az $A(0, 0, 0)$, $B(4, 3, 1)$, $C(8, 4, -2)$ és $D(4, 1, -3)$ pontok egy rombusz csúcsai.

7. Bontsuk fel az $\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \\ 9 \end{bmatrix}$ vektort a $\vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ vektorral párhuzamos, és rá merőleges összetevőkre.

8. Számítsuk ki az $A(1, 0, -2)$, $B(4, 3, 8)$ és $C(0, -4, 6)$ csúcsú háromszög területét!

9.^{hf} Egy kocka egyik csúcsa az origó, két vele szomszédos csúcs pedig $(1, 4, 8)$ és $(8, -4, 1)$. Számítsuk ki a harmadik origóval szomszédos csúcs koordinátáit.

10.^{hf} Mekkora szöget zárnak be az $ABCD$ tetraéder ABC és ABD lapsíkjai, ha a csúcsok koordinátái $A(2, 3, 1)$, $B(4, 1, -2)$, $C(6, 3, 7)$ és $D(-5, -4, 8)$?

11. Döntsük el, a megadott négy pont egy síkba esik-e: $A(1, 2, -1)$, $B(0, 1, 5)$, $C(-1, 2, 1)$, $D(4, 1, 3)$.

12. Mennyi az $A(2, -1, 1)$, $B(5, 5, 4)$, $C(3, 2, -1)$ és $D(1, 2, 3)$ csúcsú tetraéder térfogata?

13. Számítsa ki az $\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ és $\vec{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$ vektorokra $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ értékét.