1. Szemléltessük térbeli koordináta-rendszerben az alábbi felületeket:

a) $x = 2$	b) $x + y = 2$	c) $x + y + z = 2$
d) $y^2 - z = 0$	e) $x^2 + y^2 - z = 0$	f) $x^2 - y^2 - z = 0$
g) $z = xy$	h) $x^2 + y^2 - z^2 = 0$	i) $x^2 + y^2 + z^2 = 4$
j) $x^2 + y^2 = 4$	k)^{hf} $8 - 2x^2 - 2y^2 - z = 0$	l)^{hf} $x^2 + y^2 + z^2 + 6z - 16 = 0$

2. Számoljuk ki a következő határértékeket, már ha léteznek egyáltalán:

a) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \sin x + \cos y$	b) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x}{y}$	c) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{\sin x}{\cos y}$
d) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2}{x^2+y^2}$	e) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2}{y(x+y)}$	f)^{hf} $\lim\limits_{(x,y)\to(0,3)} \dfrac{\sin xy}{x}$
g)^{hf} $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x-y}{x^3-y}$	h)^{hf} $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{\sin(x^2y)}{x^2\cos y^2}$	i)^{hf} $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{3x^2+5y^2}{2x^2+y^2}$
j)^{hf} $\lim\limits_{(x,y)\to(2,-2)} \dfrac{x^2+2xy+y^2}{x^2-y^2}$	k)^{hf} $\lim\limits_{(x,y)\to(1,1)} \dfrac{1}{x-y}$	l)^{hf} $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x+xy-y}{x+xy+y}$

3. Mutassuk meg, hogy $\lim\limits_{y\to 0}\left(\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x+y}{x-2y}\right) \neq \lim\limits_{x\to 0}\left(\lim\limits_{y\to 0}\dfrac{2x+y}{x-2y}\right)$. Mi következik ebből a $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{2x+y}{x-2y}$ határértékre vonatkozólag?

4. Legyen $f(x,y) = \dfrac{x^4+x^2y+y^2}{x^4+y^2}$ ha $(x,y) \neq (0,0)$, és 0 különben. Mutassuk meg, hogy az origón átmenő bármely egyenes mentén felvéve egy origóhoz tartó pontsorozatot, az ezekhez tartozó függvényértékek sorozatának mindig ugyanaz a határértéke. Vizsgáljuk meg a függvényértékek sorozatának határértékét akkor is, ha az $y = x^2$ egyenletű parabolán közelítünk az origóhoz. Van-e a függvénynek határértéke az origóban?

5. Legyen $f(x,y) = \dfrac{3x^2y^2}{4x^4+7y^4}$ ha $(x,y) \neq (0,0)$, és 0 különben. Mely pontokban folytonos?

6.^{hf} Legyen $f(x,y) = \operatorname{arctg}\dfrac{1}{x^2+y^2}$ ha $(x,y) \neq 0$ és legyen $f(0,0) = c$. Adjuk meg c értékét úgy, hogy f minden pontban folytonos legyen.

7.^{hf} Mely pontokban folytonos az $f(x,y) = \dfrac{e^{x^2-3y}}{1-2x^2-3y^2}$ függvény?

Emlékeztető

– Egy $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ függvénynek $a \in \mathbb{R}$ a *határértéke az* $\mathbf{x_0} \in \mathbb{R}^n$ *pontban*, ha minden $\varepsilon > 0$-hoz létezik δ, hogy $0 < |\mathbf{x} - \mathbf{x_0}| < \delta$ esetén $|f(\mathbf{x}) - a| < \varepsilon$.
$f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ *folytonos az* $\mathbf{x_0}$ *pontban*, ha $\lim\limits_{\mathbf{x}\to\mathbf{x_0}} f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x_0})$.