

A2c. Matematika
Minta vizsgadolgozat

(minden elméleti kérdés 3p)

1. Hatványsor definíciója, Taylor sor felírása.
2. Parciális derivált definíciója. Mik az $f(x,y,z) = (xy)^z$ parciális deriváltjai?
3. Determináns fogalma (axiomatikus bevezetés), mátrix rangja.
4. Cauchy féle integrálkritérium kimondása és egy szabadon választott példa ismertetése.

5. Határozza meg a $4\mathbf{x}^2 + \mathbf{y}^2 + 5\mathbf{z}^2 = 10$ felület azon pontjait, ahol az érintősík párhuzamos a $40x+10y+50z=21$ síkkal. (7p)
6. Forgassuk el az $[x,y]$ koordinátarendszer tengelyeit az $\mathbf{a}(2,-1)$, $\mathbf{b}(1,2)$ vektorok irányába. Mi lesz az új koordinátarendszerben az $5x^2 + 4xy + 8y^2 - 36 = 0$ görbe egyenlete? (6p)
7. Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert: (6p)

$$x_1 - x_2 + 2x_3 = -1$$

$$x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 2$$

$$3x_1 - x_2 + 5x_3 = 3$$

$$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -2$$

8. Határozza meg az

$$f(x,y,z) = \mathbf{x}^2 + \mathbf{y}^2 + \mathbf{z}^2$$

függvény iránymenti deriváltját az

$\mathbf{r}(t) = (2 \cos^2(t), 2 \cos(t) \sin(t), 2 \sin(t))$, térgörbe $\pi/4$ helyhez tartozó érintővektora irányában a $(1,1,\sqrt{2})$ pontban.

(9p)

9. Oldja meg az alábbi differenciálegyenletet és keresse meg az adott kezdetiérték feltételt kielégítő megoldást: (10p)

$$y' = \frac{x^3 e^{-y}}{1+x^4}, \quad y(0)=2.$$

10. Határozza meg az alábbi integrált: (10p)

$$\iint_T x^2 y \, dT = ?,$$

$$\text{ha } T : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \quad y \geq 0, \quad x \geq 0$$