

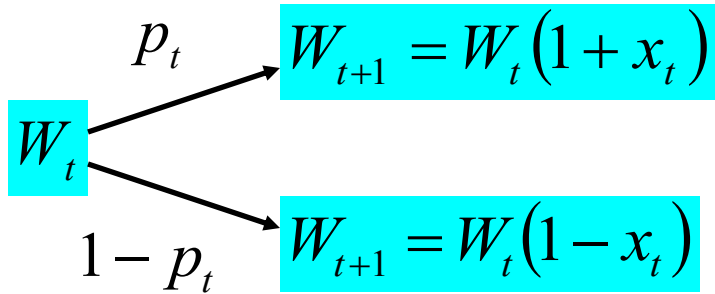
Befektetési stratégiák Kellyvel és Kálmánnal

Bihary Zsolt

Matematikai Modellalkotás
Szeminárium, BME, 2015

Egy Ortway feladat

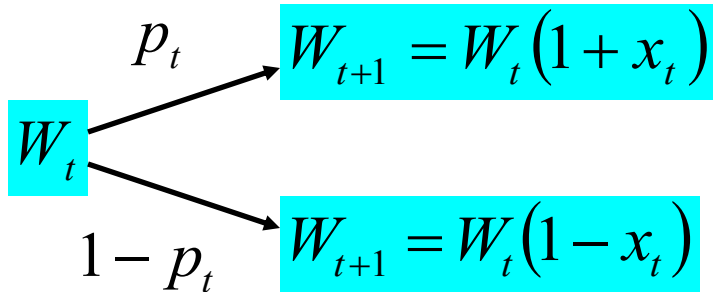
Tekintsük a következő egyszerű befektetési modellt



Mekkora x_t hányadát fektessük be a vagyonnak?

Egy Ortway feladat

Tekintsük a következő egyszerű befektetési modellt



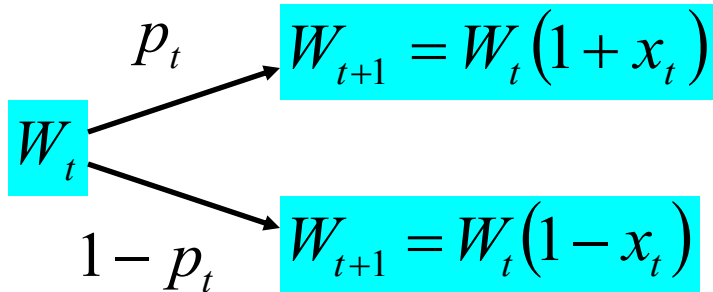
Mekkora x_t hányadát fektessük be a vagyonnak?

Hozam várható értéke:

$$\mathbb{E}\left[\frac{W_{t+1} - W_t}{W_t}\right] = (2p_t - 1)x_t$$

Egy Ortway feladat

Tekintsük a következő egyszerű befektetési modellt



Mekkora x_t hányadát fektessük be a vagyonnak?

Hozam várható értéke:

$$E\left[\frac{W_{t+1} - W_t}{W_t}\right] = (2p_t - 1)x_t$$

Legyen $p_t = 0,6$.

Futamidő = 1 év = 250 nap.

Válassz stratégiát!

$x_t = \{0; 0,1; 0,2; \dots ; 0,8; 0,9\}$

Kelly kritérium

Tehát $p_t = 0,6$ esetén az optimális stratégia: $x_t = 0,2$.

Kelly kritérium

Tehát $p_t = 0,6$ esetén az optimális stratégia: $x_t = 0,2$.

Általában (Kelly kritérium): $x_t = 2p_t - 1$

Levezethető a várható *log-hozam* maximalizálásából

$$\mathbb{E} \left[\ln \left(\frac{W_{t+1}}{W_t} \right) \right]$$

Kelly kritérium

Tehát $p_t = 0,6$ esetén az optimális stratégia: $x_t = 0,2$.

Általában (Kelly kritérium): $x_t = 2p_t - 1$

Levezethető a várható *log-hozam* maximalizálásából

$$\mathbb{E} \left[\ln \left(\frac{W_{t+1}}{W_t} \right) \right]$$

Ha ismerjük a p_t valószínűséget minden pillanatban, akkor alkalmazhatjuk a Kelly-optimális stratégiát.

De valóságos esetben nem ismerjük, becsülnünk kell.

Exponenciális Wiener modell

$$S_t = S_0 \exp(\mu t + \sigma W_t)$$

Exponenciális Wiener modell

$$S_t = S_0 \exp(\mu t + \sigma W_t)$$

$$d\left(\ln\left(\frac{S_t}{S_0}\right)\right) = \mu_t dt + \sigma_t dW$$

Exponenciális Wiener modell

$$S_t = S_0 \exp(\mu t + \sigma W_t)$$

$$d\left(\ln\left(\frac{S_t}{S_0}\right)\right) = \mu_t dt + \sigma_t dW$$

Kelly kritérium az exponenciális Wiener modellben:

$$x_t = \frac{1}{2} + \frac{\mu_t}{\sigma_t^2}$$

Paraméterbecslés Kálmán filterrel

$$\mu_t = (1 - \alpha)\mu_{t-dt} + \alpha \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-dt}}\right) \quad \tau_\mu = 1/\alpha$$

Paraméterbecslés Kálmán filterrel

$$\mu_t = (1 - \alpha)\mu_{t-dt} + \alpha \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-dt}}\right) \quad \tau_\mu = 1/\alpha$$

$$\sigma_t^2 = (1 - \beta)\sigma_{t-dt}^2 + \beta \left(\ln\left(\frac{S_t}{S_{t-dt}}\right) \right)^2 \quad \tau_\sigma = 1/\beta$$

Ekvivalens egy exponenciálisan súlyozott futó átlaggal