Hidrodinamikai
Rendszerek
Tanszék

Az artériás véráramlás numerikus szimulációja

Halász Gábor professor emeritus
halasz@hds.bme.hu

Tartalom

Bemutatkozás

Hidrodinamikai Rendszerek Tanszék

(BME Gépészmérnöki Kar);

alapította **Bánki Donát**

(tanszékvezető:1899-1922 Hidraulikai és Hidrogépek Tanszék);

Pattantyús Ábrahám Géza
(tanszékezető:1930-1956)
hidraulikus hálózatokban lezajló instacionárius áramlási folyamatok vizsgálata (mérés, számítás-szerkesztés)

Előzmények - motiváció

Előzmények

Víz és olajhálózatok

Véráramlás (Hemodinamika): deformálódó vezetékekben (élő környezetben) kialakuló periodikus áramlás

Részterületek

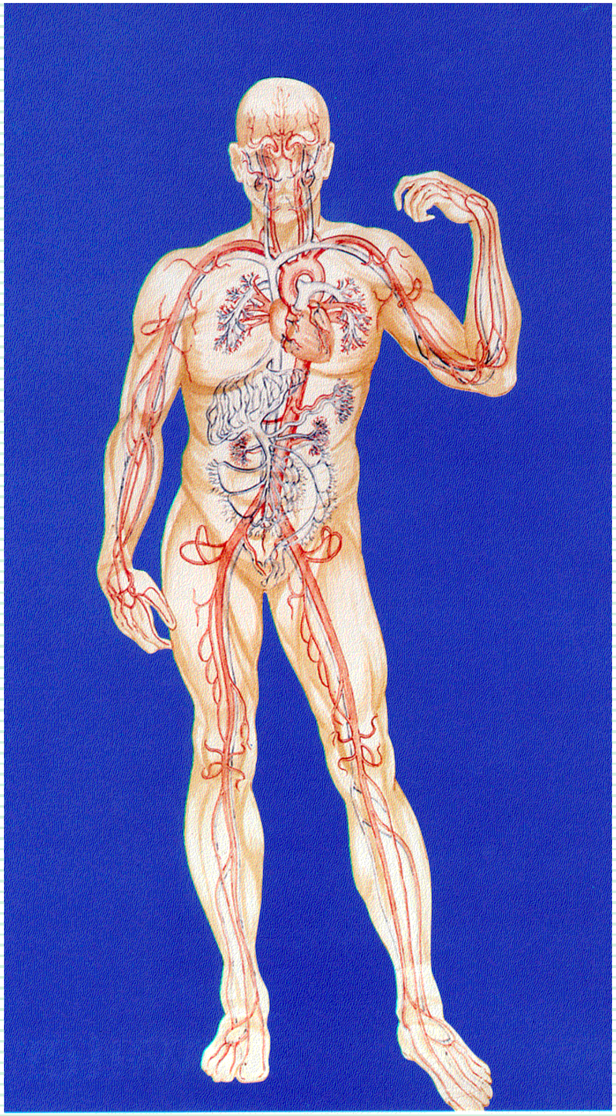
- artériás véráramlás és vérnyomásmérés (10 éve)
- vénás áramlás (4-5 éve)
- vérnyomásjel analízise (4-5 éve)
- koszorúerek (diplomaterv + féléves feladatok)
- mozgás (szobabicikli) (TDK dolgozatok + féléves feladat)

Előzmények - motiváció

A kutatás célja, motivációja:

- mérnöki eszközökkel hozzájárulni a pontosabb diagnózishoz és a jobb terápiához (áramlástechnika, méréstechnika, matematika) (Cardiovascularis betegségek vezető halál-ok Magyarországon)
- hallgatói érdeklődés felkeltése
- oktatók-kutatók szakmai fejlődése

Matematikai modell



Artériahálózat: „gráf”

Az érszakaszok hosszú vékony vezetékek: quasi 1D

Az ismeretlenek:

- ***p(x,t)*** a vérnyomás
- ***v(x,t)*** a vérsebesség
- ***A(x,t)*** deformálódó érkeresztmetszet

Matematikai modell

Mozgásegyenlet (1D):

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{32 \cdot \nu}{D^2} \cdot v = 0$$

Feltételek: newtoni folyadék; lamináris áramlás
(egyik sem igaz)

Kontinuitás egyenlet áramcsőre (1D)

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial A v}{\partial x} = 0$$

$$\varepsilon = \frac{D - D_0}{D_0} \cong \frac{1}{2} \frac{A - A_0}{A_0}$$

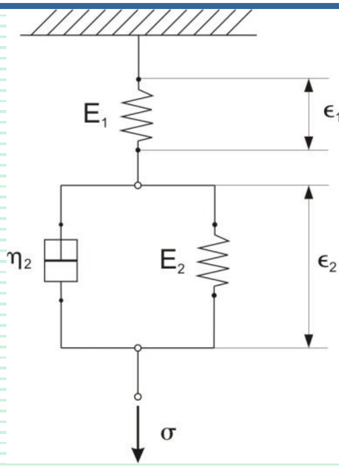
Matematikai modell

Viszko-elasztikus anyagmodell:

a deformáció:

időfüggő + hiszterézis

„Stuart modell”



Feszültség:

$$\sigma = E_1 \cdot \varepsilon_1$$

$$\sigma = E_2 \cdot \varepsilon_2 + \eta_2 \cdot \dot{\varepsilon}_2$$

Deformáció:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t)$$

Kapcsolat *p*, *σ* és *ε* között:

$$\sigma \cong \frac{pD_0}{2\delta_0}(2\varepsilon + 1)$$

Kontinuitás egyenlet áramcsőre

$$2 \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + 2v \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + (2\varepsilon + 1) \cdot \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

Matematikai modell

Az egyenletek:

mozgásegyenlet *PDE*

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{32 \cdot \nu}{D^2} \cdot v = 0$$

kontinuitás *PDE*

$$2 \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + 2v \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \left(2\varepsilon + 1\right) \cdot \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

Az ismeretlenek:

p(x,t); v(x,t) ; A(x,t) vagy ε(x,t)

de ***ε(x,t)*** „késik”

Matematikai modell

Peremfeltételek:

- Szív: érszakasz elején, *q(t)* vagy *p(t)* adott x = 0-ban
- Elágazás: érszakasz elején/végén. Leírás algebrai egyenlettel (anyagmegmaradás)
- Perifériás ellenállás: leírás lineáris algebrai egyenlettel (nyomásesés arányos a vérsebességgel)

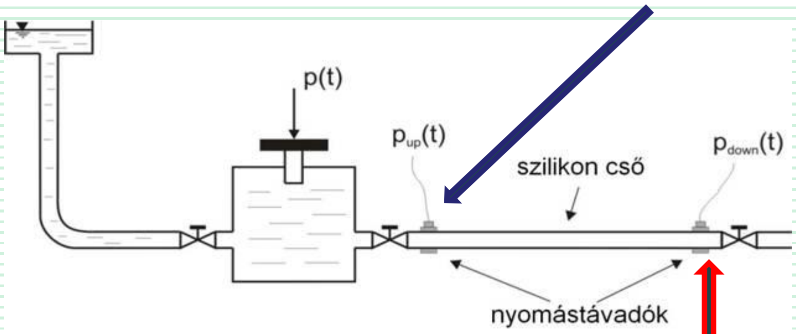
Kezdeti feltétel ?

Megoldás

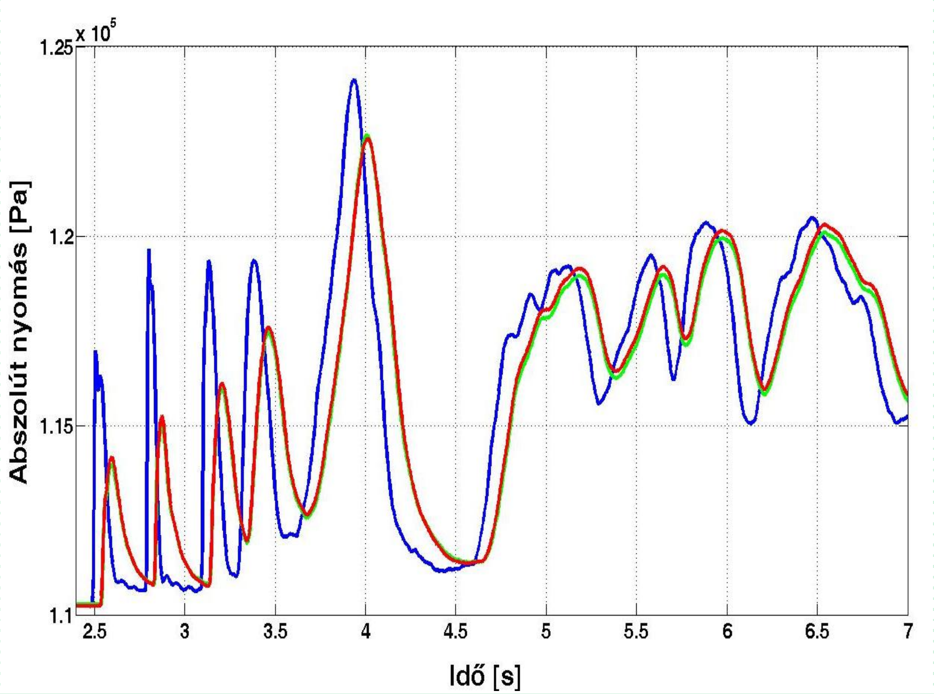
numerikus, a „karakterisztikák" módszere

Fizikai modell 1

Anyagmodell validálása

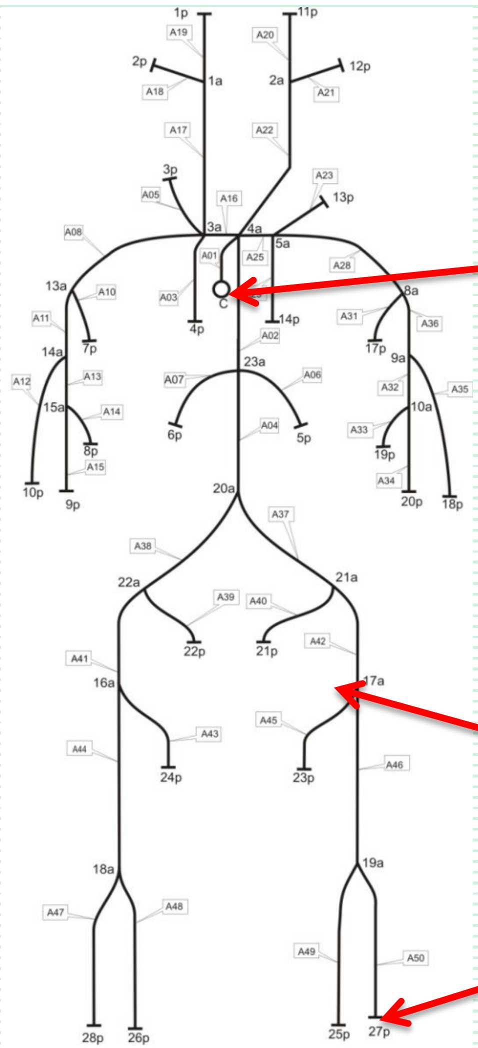


Mérési elrendezés



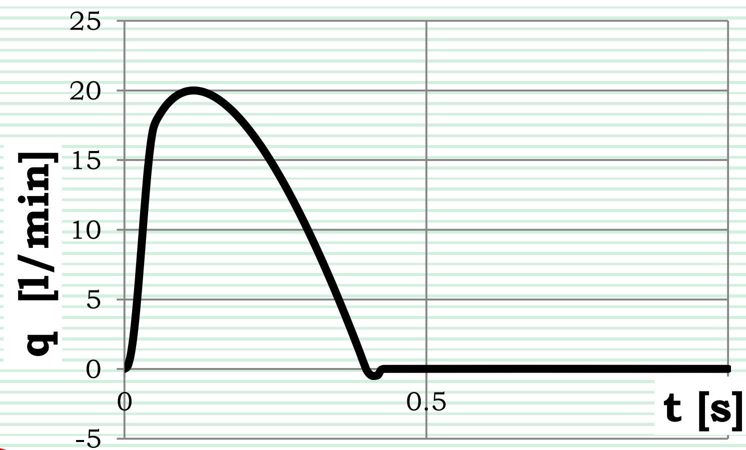
Mérés és számítás összehasonlítása

Hálózat - modell



50 viszkoelasztikus ág, 47 csomópont

Szív: periodikus *q(t)* vagy *p(t)* gerjesztés

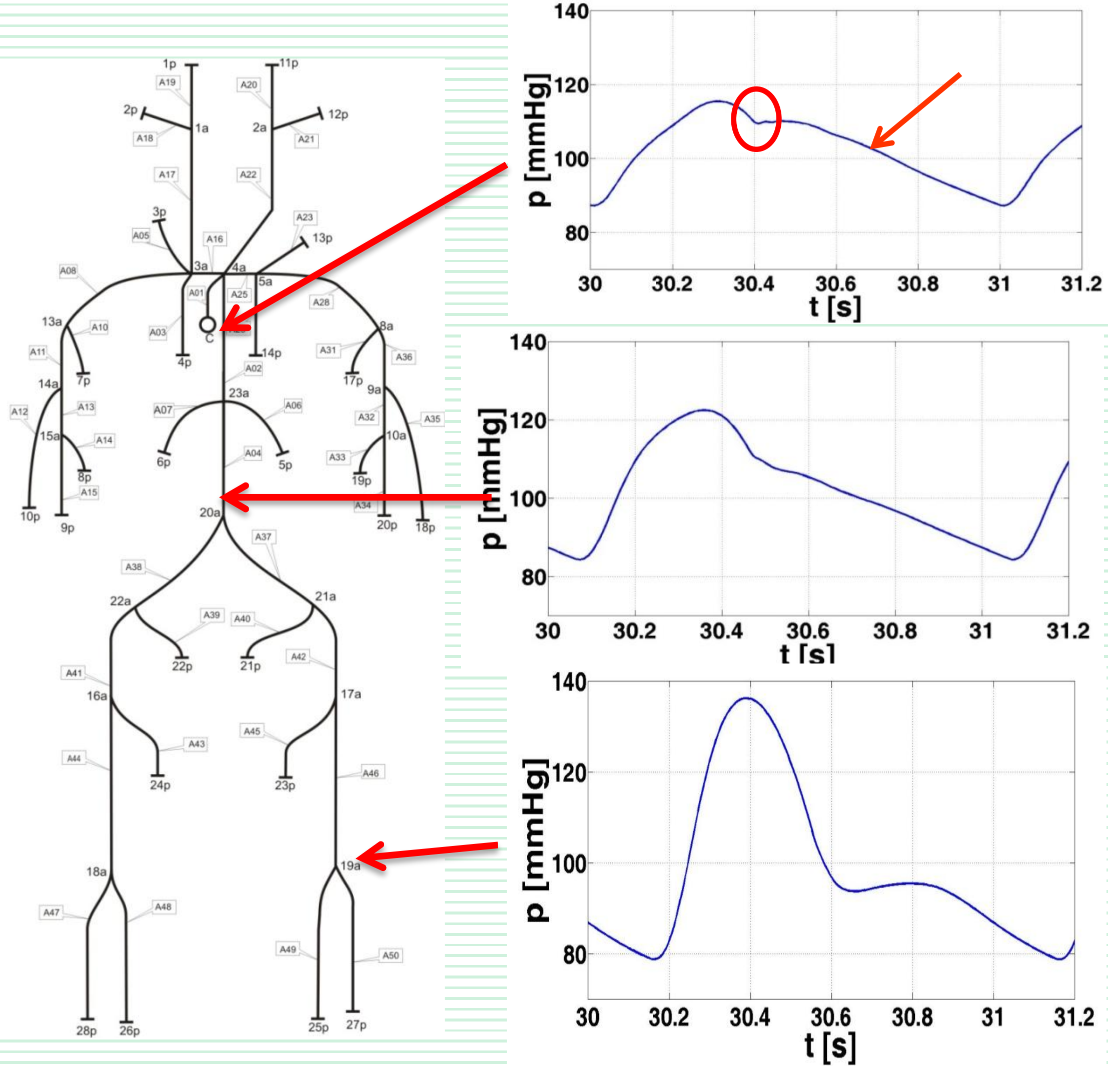


(egy periódus)

Az érszakaszok elején/végén: elágazás

Az érszakaszok végén perifériás ellenállás

Hálózat - modell



Számítási eredmények

q(t) gerjesztés

- ***p(t)***: 80-120 mmHg
- incisura pont;
- „szélkazán” hatás;
- centrális → periféria:

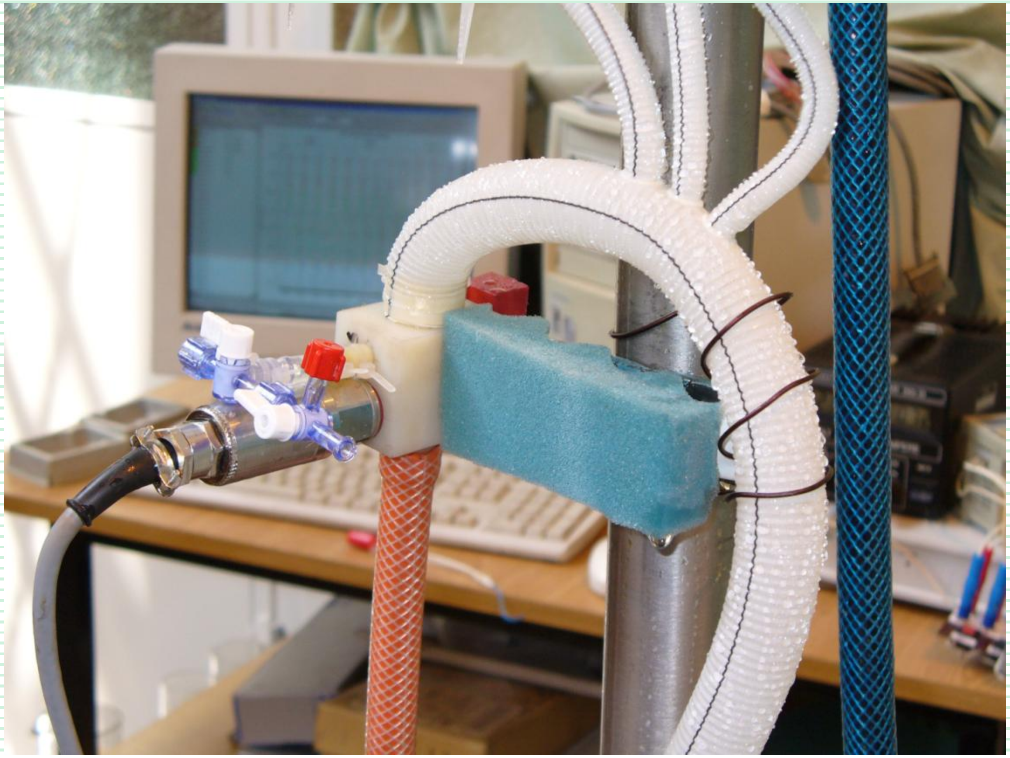
  $\boldsymbol{p}_{\mathrm{sistole}}$ ↑

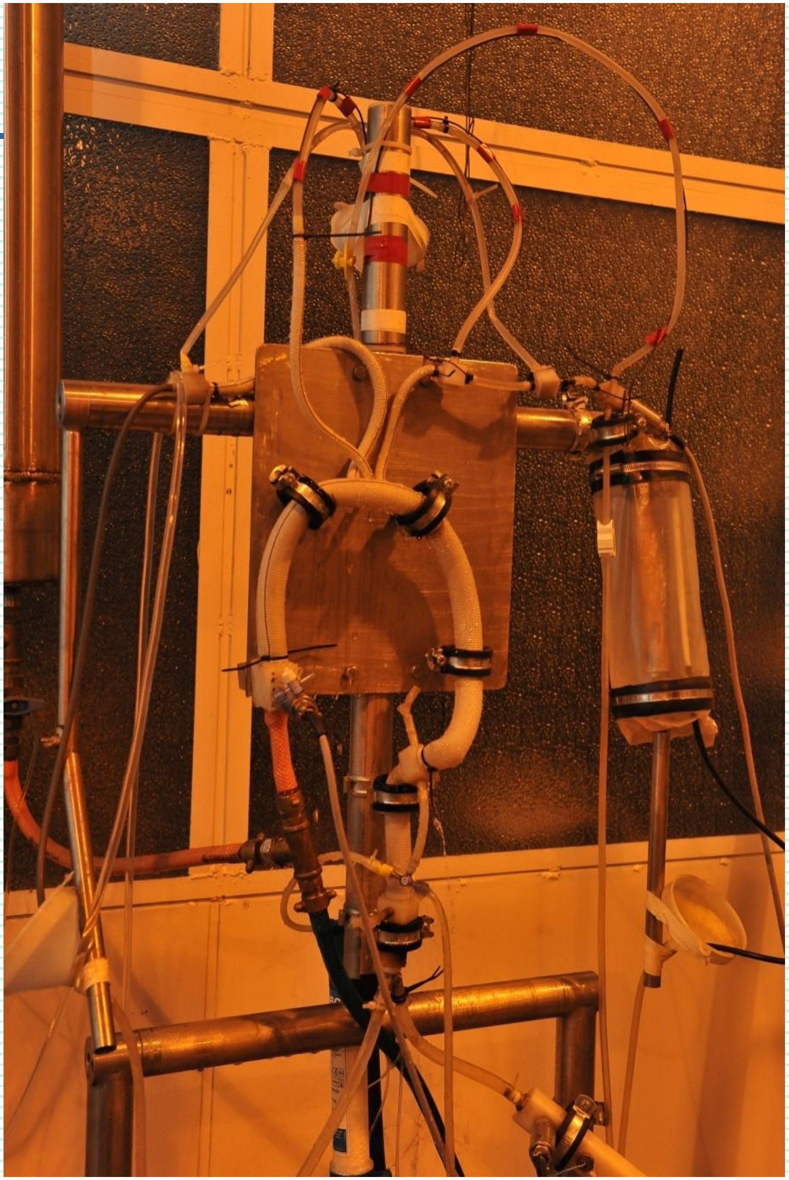
  $\boldsymbol{p}_{\mathrm{diastole}}$ ↓
- deformáció- hiszterézis;

„szemre” jó

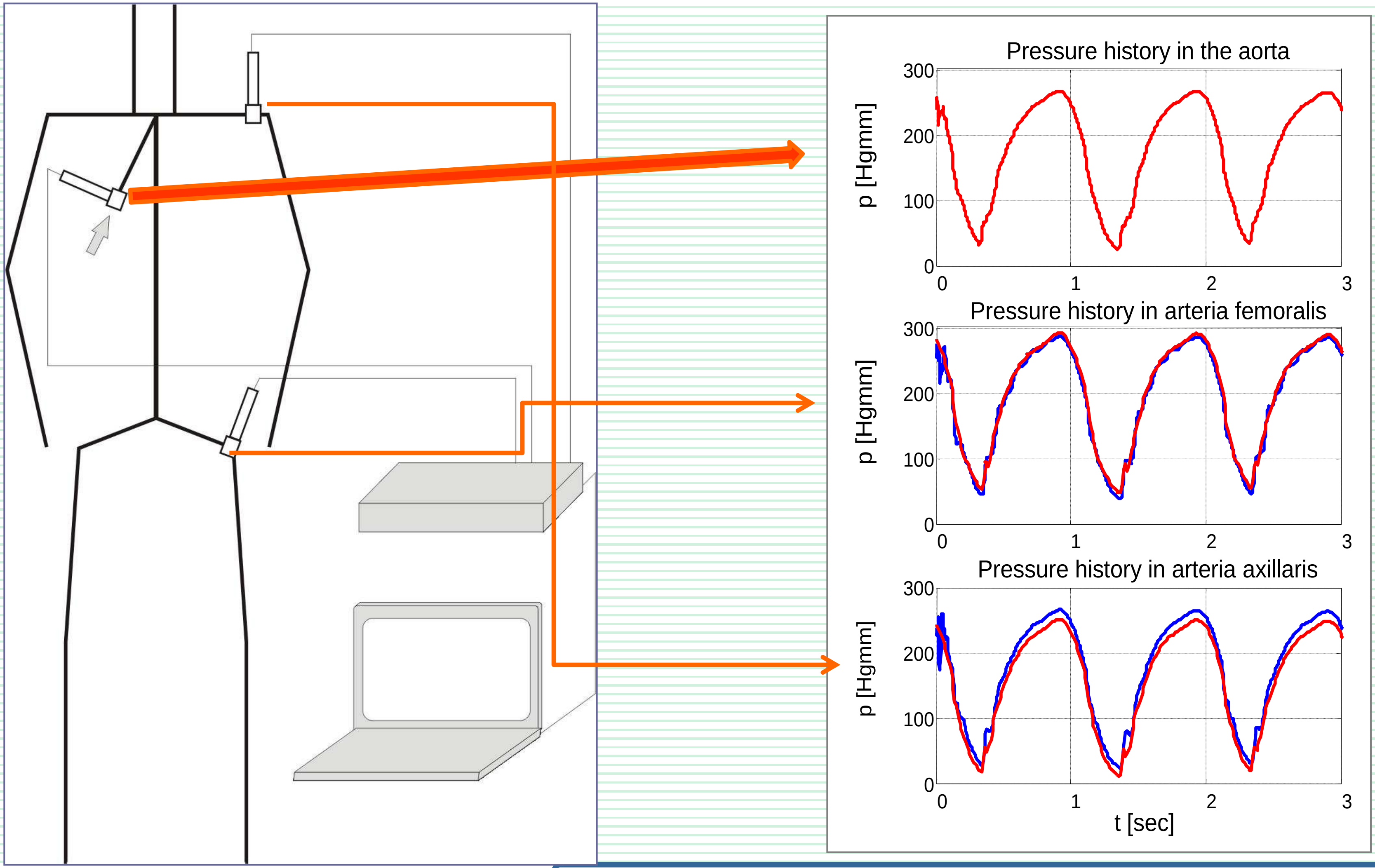
Fizikai modell 2

Artéria hálózat
mérnöki laborban





Fizikai modell 2



Fizikai modell 2

Modellezés eredménye

Matematikai modell egyetlen érszakaszra:

→Mérnöki laborban „validálva”;

Matematikai modell artéria hálózatra:

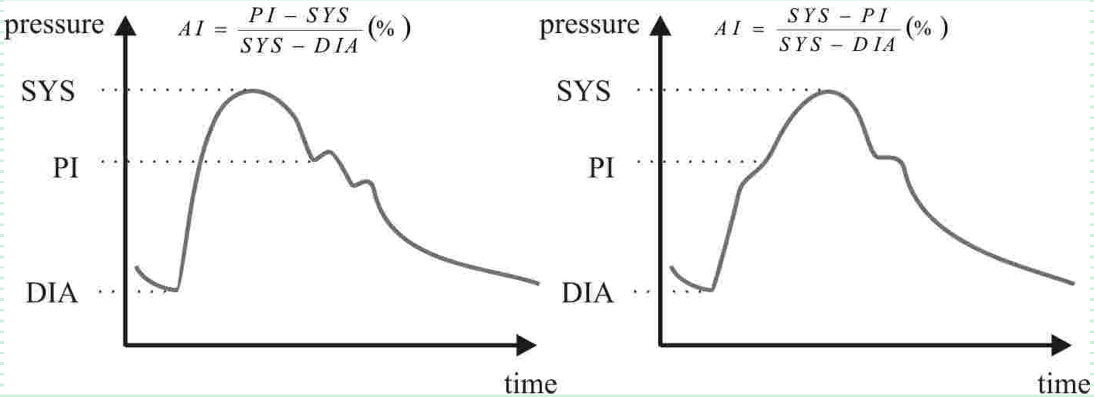
→ Mérnöki laborban „validálva”

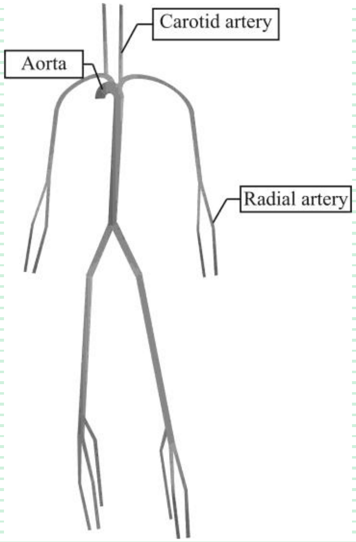
Tudjuk, hogy mit jelent ez a „validáció” az orvosok szemében….

Alkalmazás 1.

Augmentációs index (AI)

Az érfal elaszticitás és a perifériás ellenállás vizsgálatára használják, tapasztalati alapon.

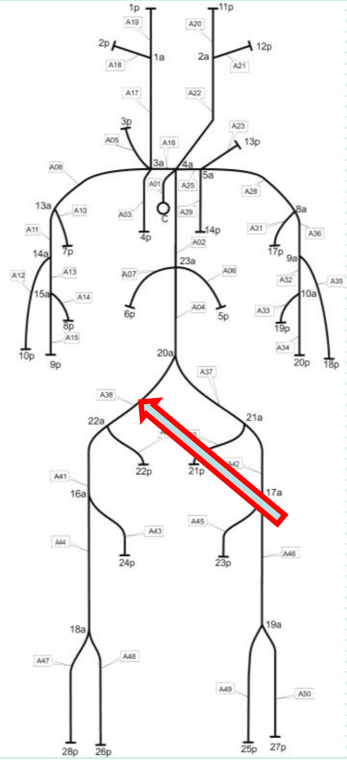


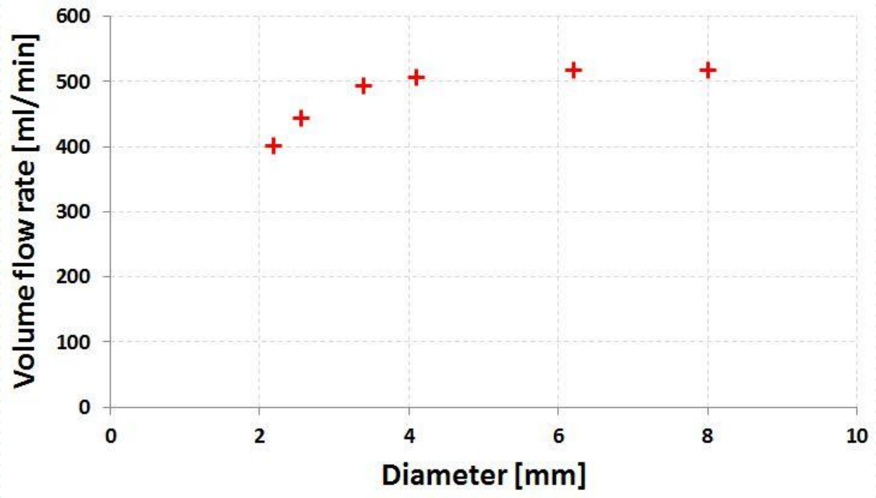


Szimulációk sorozatával megmutattuk, hogy ha az érfal merevsége ↑, akkor AI ↑, vagyis ***használata helyes***.
A kiértékeléséhez $\boldsymbol{p_{aorta}}$ vagy $\boldsymbol{p_{carotis}}$ is alkalmas

Alkalmazás 2.

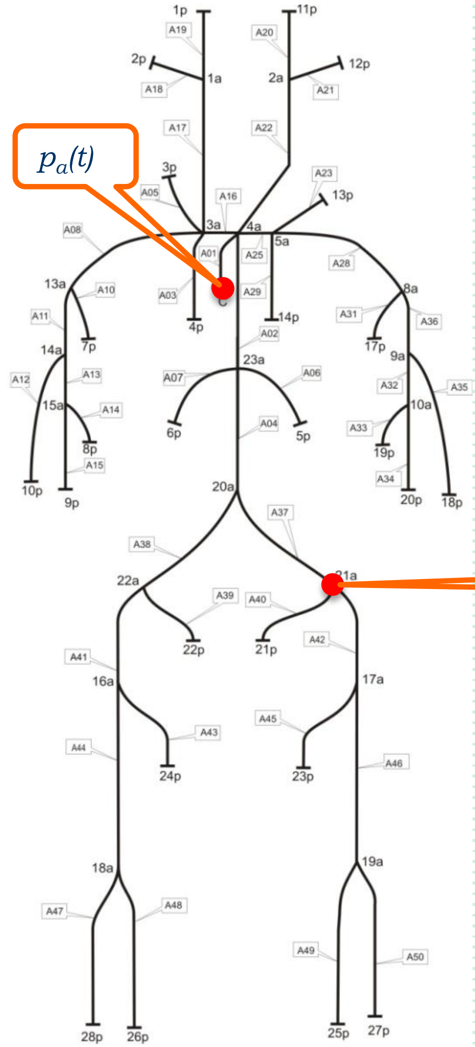
Érszűkület az alsó végtagon





Numerikus szimuláció eredménye egyezik a kardiológus tapasztalataival.

Alkalmazás 3.

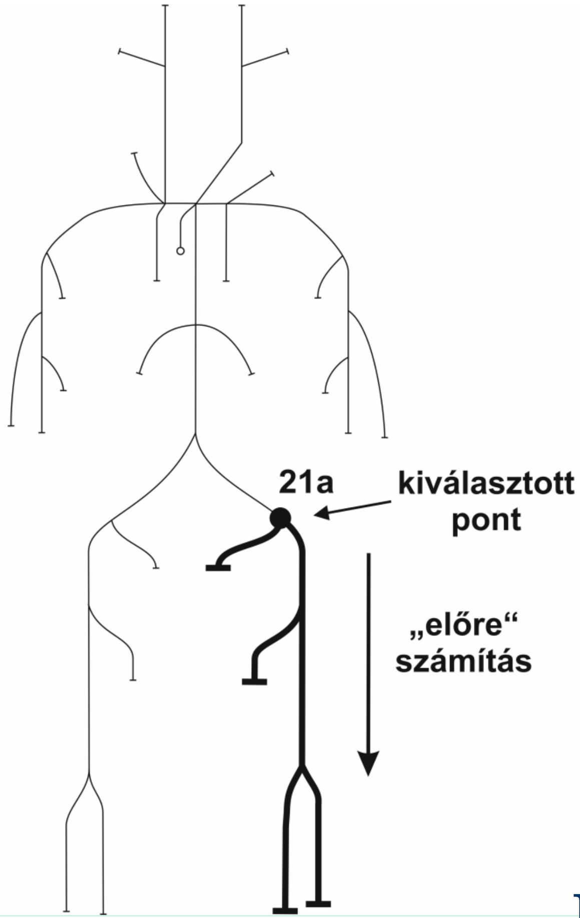


Centrális vérnyomás számítása

Vérnyomás mérés általában a periférián történik, a jó diagnózishoz a centrális vérnyomás kellene.

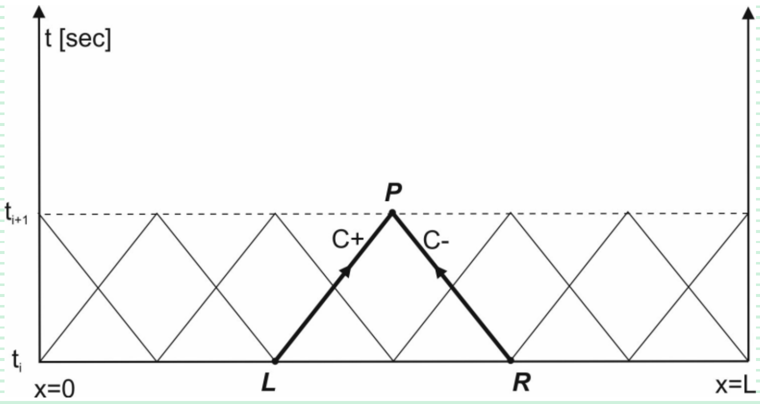
Kidolgoztunk egy számítási eljárást, amely pl. az artéria femoralis-ban mért *p(t)* jelből ki tudja számítani a centrális $p_a(t)$ jelet.

Alkalmazás 3.



Centrális vérnyomás számítása

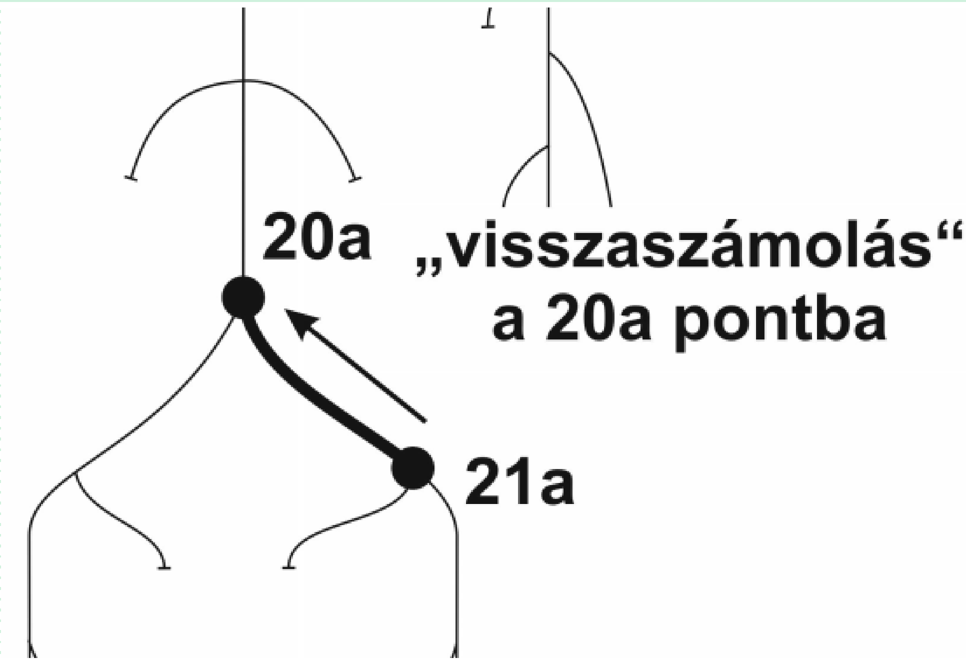
21a pontban ismert a gerjesztés, ismert „előre” számítás, a karakterisztikák módszerével

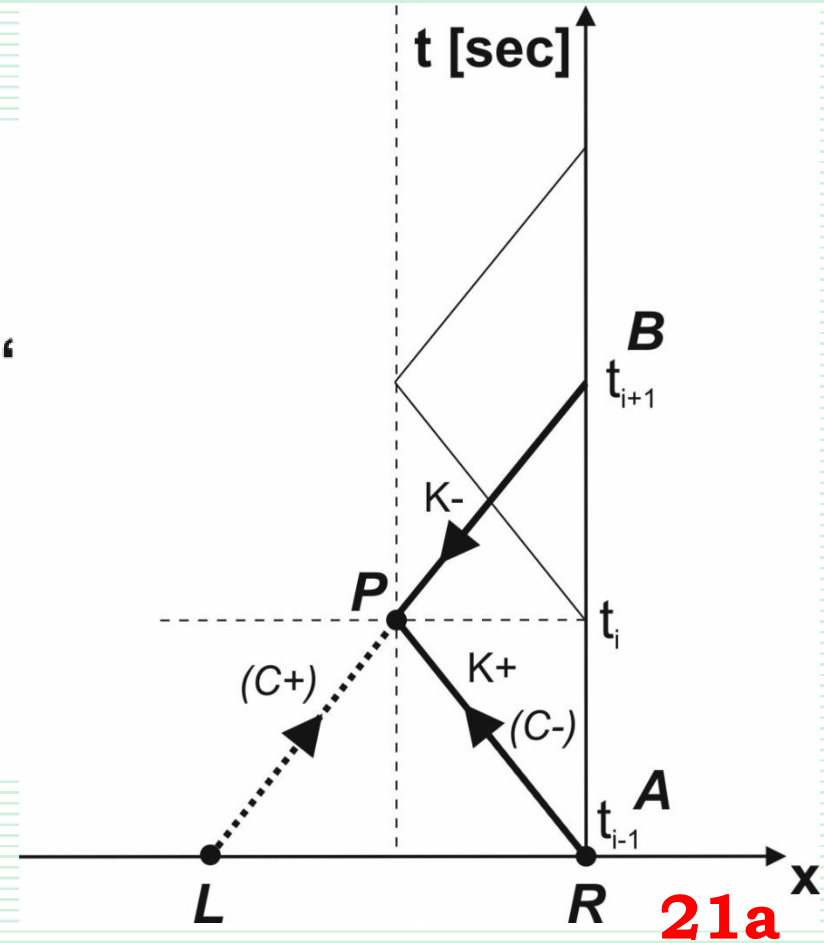


Ezzel ***p(t)*** mellett még ***v(t)*** és ***A(t)*** is ismert lesz a 21a pontban

Alkalmazás 3.

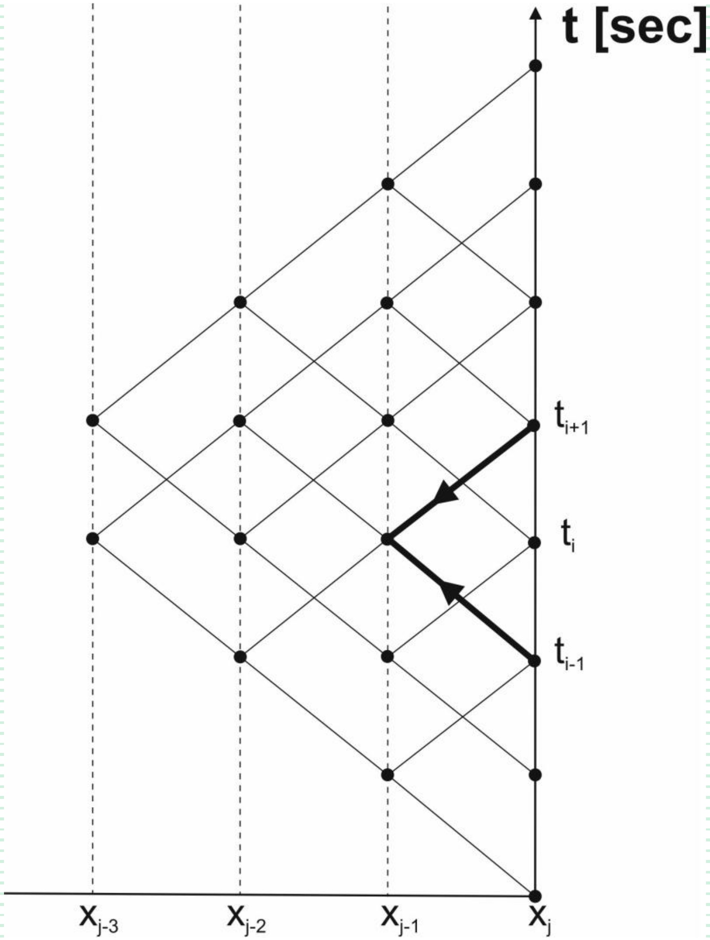
Centrális vérnyomás számítása





Alkalmazás 3.

Centrális vérnyomás számítása



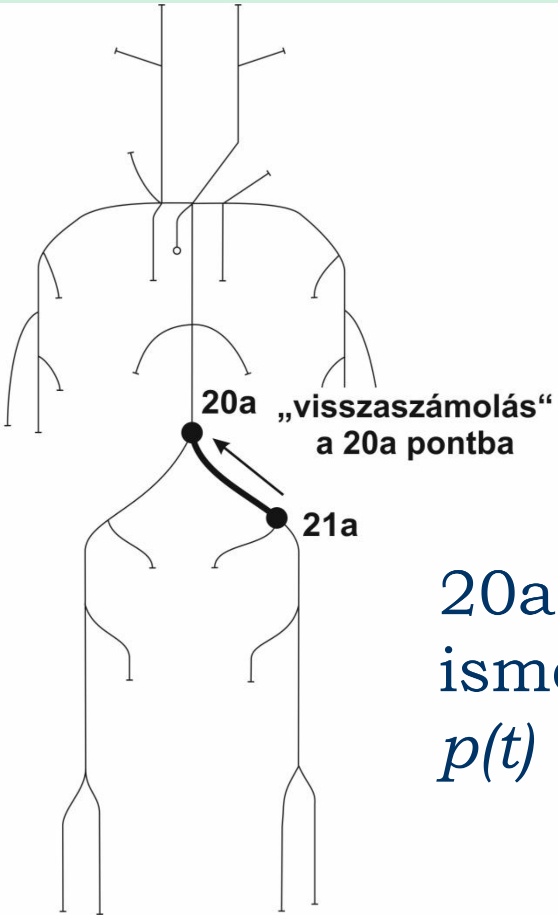
Az idő-rövidülés:
L=60 cm;
a= 6 m/s;
N=10;

Ekkor *Δt=0.01* s; 10 lépés alatt *N*Δt=0.1 s alul-felül*

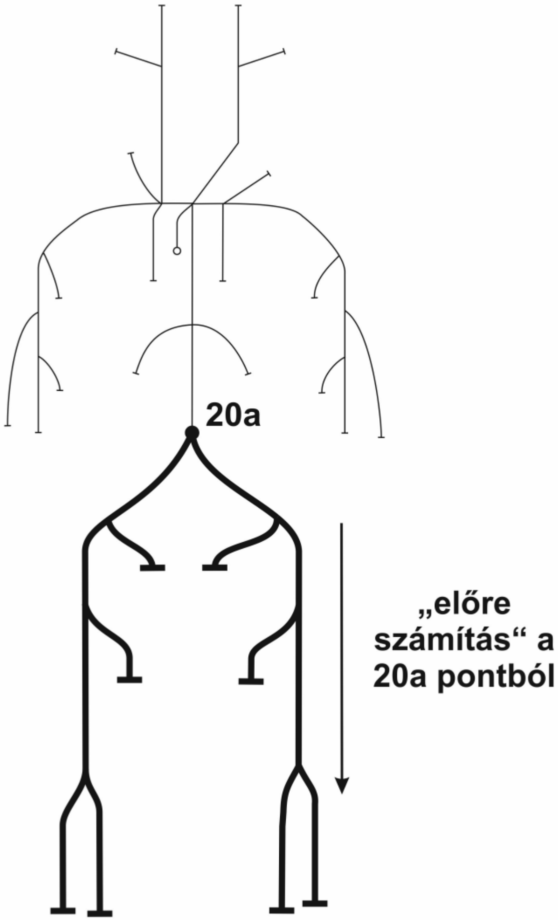
p(t) 6-8 szívperiódus, *6-8 s;* ebből vész el *0.1 s* alul-felül. Jelentéktelen.

Alkalmazás 3.

Centrális vérnyomás számítása

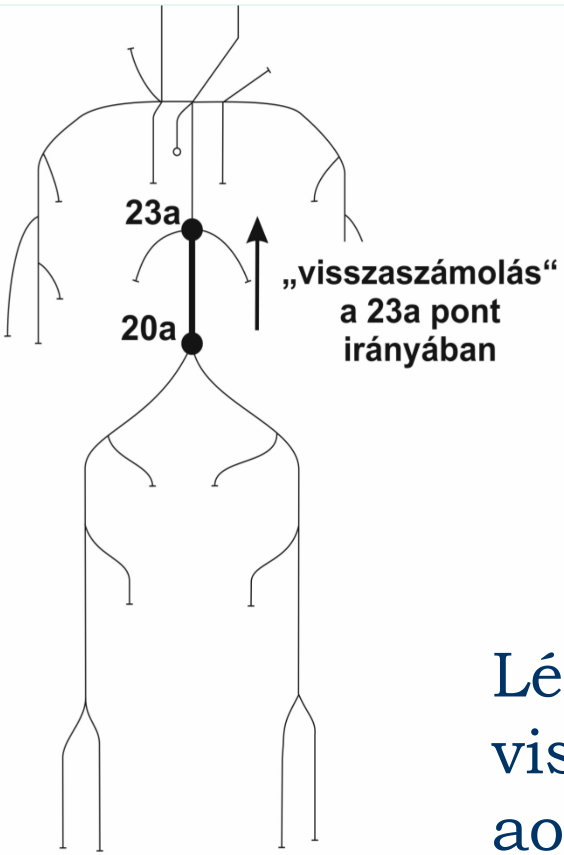


20a pontban ismert lesz a *p(t)*



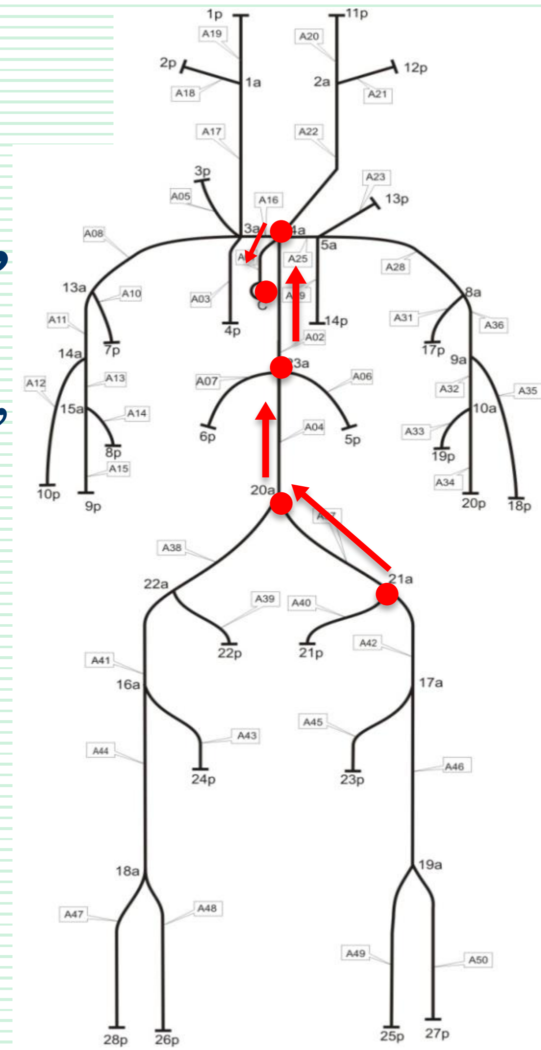
Alkalmazás 3.

Centrális vérnyomás számítása



20a pontban ismert a ***p(t)***, ***v(t)***, ***A(t)***

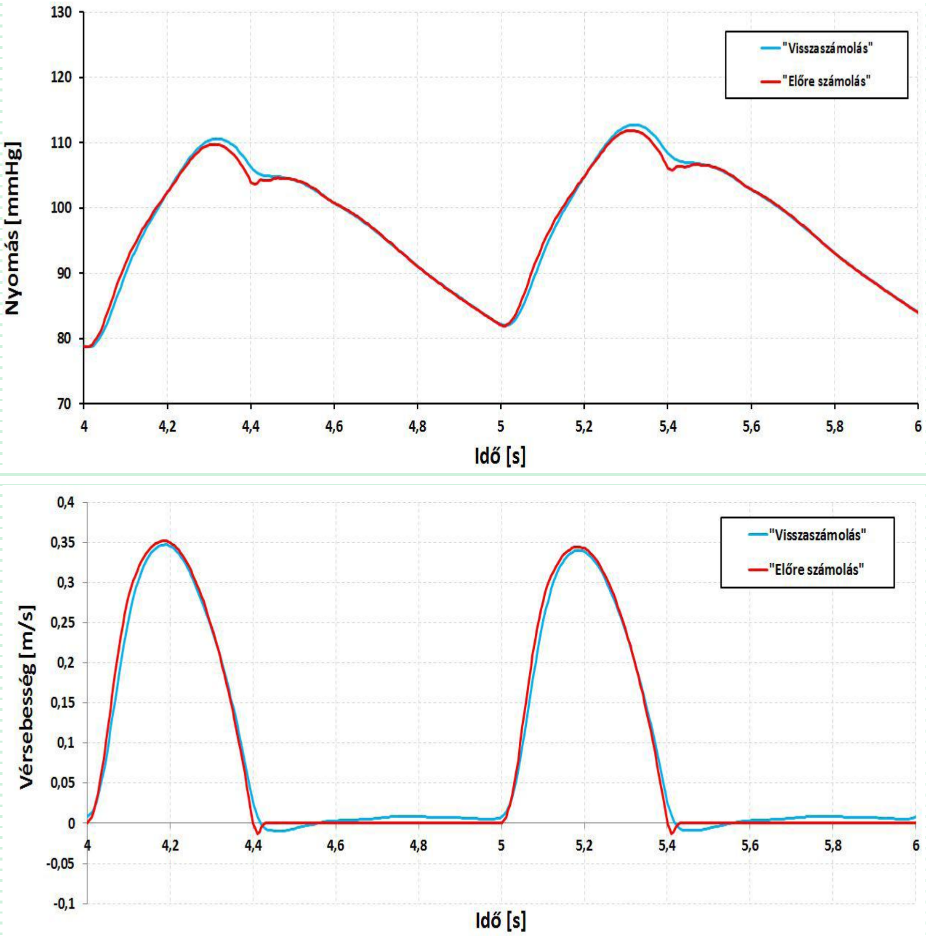
„Visszaszámolás” ***23a***-ba



Lépésről lépésre visszajutunk az aortába.

Alkalmazás 3.

Centrális vérnyomás számítása



Összehasonlítottuk az „előre haladó” és a „visszafelé” számítást.

Jó egyezést találtunk, ha ismerjük a főbb paramétereket

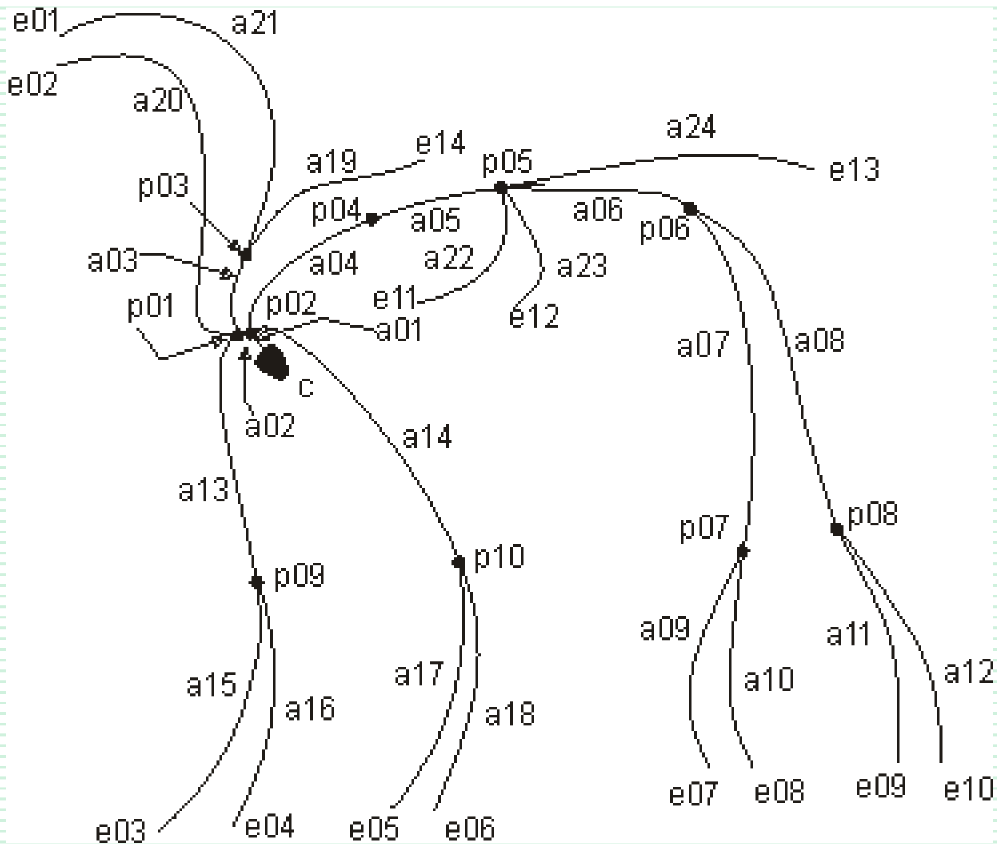
(struktúra, hossz, érátmérő, E_1, E_2, η_2)

In vivo mérések

Ha ez in vivo kísérlettel igazolható, akkor elég az arteria femoralisba katétert vezetni…

SOTE
Kardiológiai központ - Kardiológiai Tanszék Kísérleti Kutató Laboratóriumában (Dr. Kékesi Violetta docens és Dr. Sótonyi Péter docens) in vivo mérés kutyán, a medikus képzés részeként.

In vivo mérések



In vivo mérések

Felismerés:

1. Nem ismerjük a „páciens” személyes adatait.

   Hossz lemérhető, de az érátmérők, és az E_1, E_2, η_2 ismeretinek hiányában nem tudunk elég közel kerülni a mérési eredményekhez.

   kb. 50 futtatás után feladtuk a heurisztikus paraméter-keresést

In vivo mérések

2. Ez a mérési eljárás számunkra nem alkalmas, bár a medikus képzés része. Más eljárás keresendő.

3. Újabb lehetőség:
   Maurovich-Horvát Pál, Lendület program.
   Szív katéter + tonometer.
   Első visszaszámolási eredmények biztatók.

4. Paraméter meghatározás optimalizálással
   Dr. Illés Tibor (és munkatársa, Egri Attila) segítségével

További feladatok és célok

Már megindult a fejlesztés

- légzés hatása, érelágazás és a perifériás ellenállás továbbfejlesztése (1-2 diplomaterv)
- szív vérellátása, koszorúerekben lezajló áramlás, érelzáródás, bypass (1PhD)
- mozgás, sportolás hatása a véráramlásra (1PhD)
- vénás áramlás, érfal összeroppanás, vénás izompumpa, vénabillentyűk (FSI); (1 PhD);
- vénás és artériás kör összekapcsolása (1 PhD);

További feladatok és célok

Élettani folyamatok modellezése

A jelenlegi modell „ismeri” a newtoni fizika és anyagtudomány egyenleteit

Élettani folyamatokat még nem tudunk modellezni (példa).

Ehhez még sok tanulás és intenzív orvosi segítség kell.

Összefoglalás

Az artériás véráramlás modellezése

Számítási eljárás

a modell artéria hálózat diszkrét pontjaiban a vérnyomás, vérsebesség és az ér deformáció értékének meghatározására

Alkalmazások

(augmentációs index, érszűkület, centrális vérnyomás meghatározása)

Előretekintés

Légzés hatása, koronária erek, sport hatása, nagyvérkör

Köszönöm a figyelmet