

How to make money by bets on functionals? - FX derivatives modelling and pricing

Matematikai Modellalkotás szeminárium
BME
2015.október 20.

Koncz Imre,

Falkstenen AB (ex-GusGus)
imre.koncz@falkstenen.hu

Glossary

FX, ForEx

FX pair

Interest Rate

Volatility

Price

Pricing measure

Measure-change

Numeraire

VolSurface

Payout

Barrier option

Path-dependent

Path-independent

Swap

Risk Neutral Measure

discounted cash flow

Hedge

...

Deviza

Devizapár

Kamatláb

Volatilitás

Ár

Ármérce

Mérték-csere

Ármérce-jószág 😊

Volatilitás-felület

Kifizetés

?

útvonal-függő

útvonal-független

Csere-ügylet

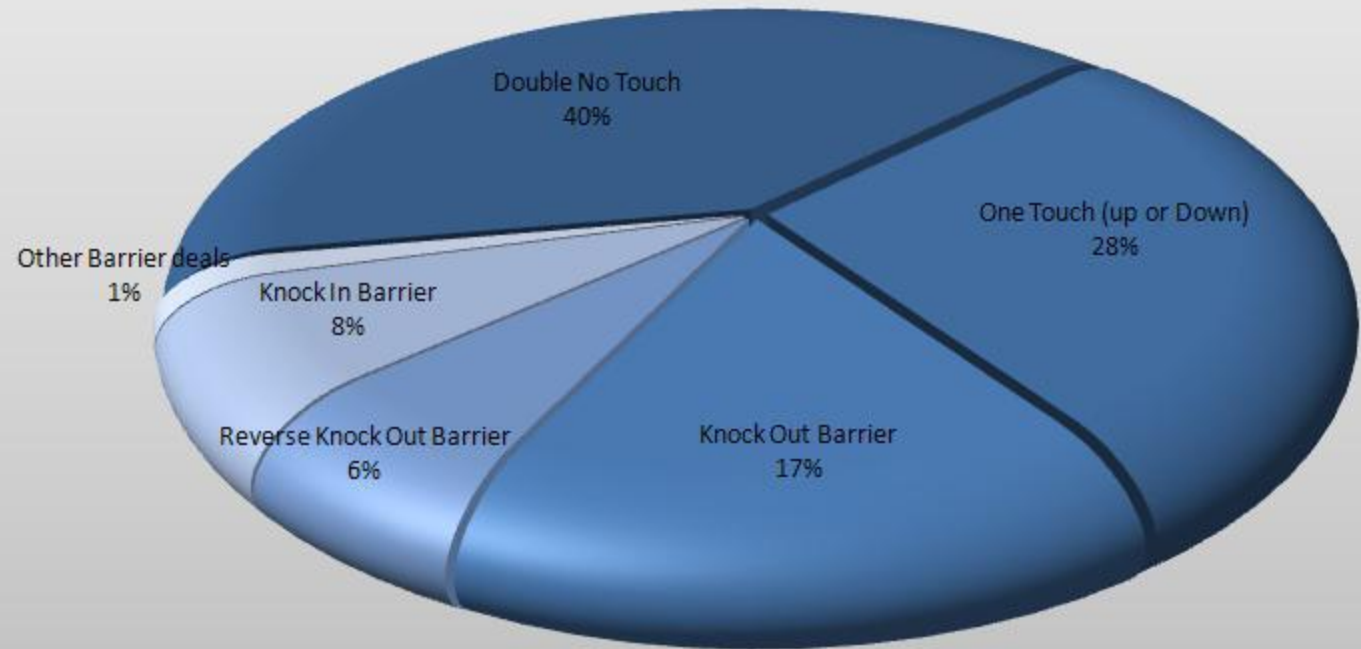
Kockázat-semleges mérték 😊

diszkontált cash flow

fedezés

Tevékenységünk bemutatása

- **Falkstenen AB,**
- Fő profil: derivatívák kereskedése, saját befektető (~family office)
- Foreign Exchange, (*G10, pl. GBP, CHF, CAD ,...*)
- Egzotikus származtatott termékek
(*opciók, barrier, DNT, correlation swap, varswap, best-of, worst-of, basket option, hibrid termékek,...*)
- Időtáv: 3 hónap ..
- Főképp OTC kereskedés
- Modellezés-igény, értékelési és ellenőrzési ügyeletek feldolgozása



bejövő
ajánlatok

piac
figyelése

Trade generálás

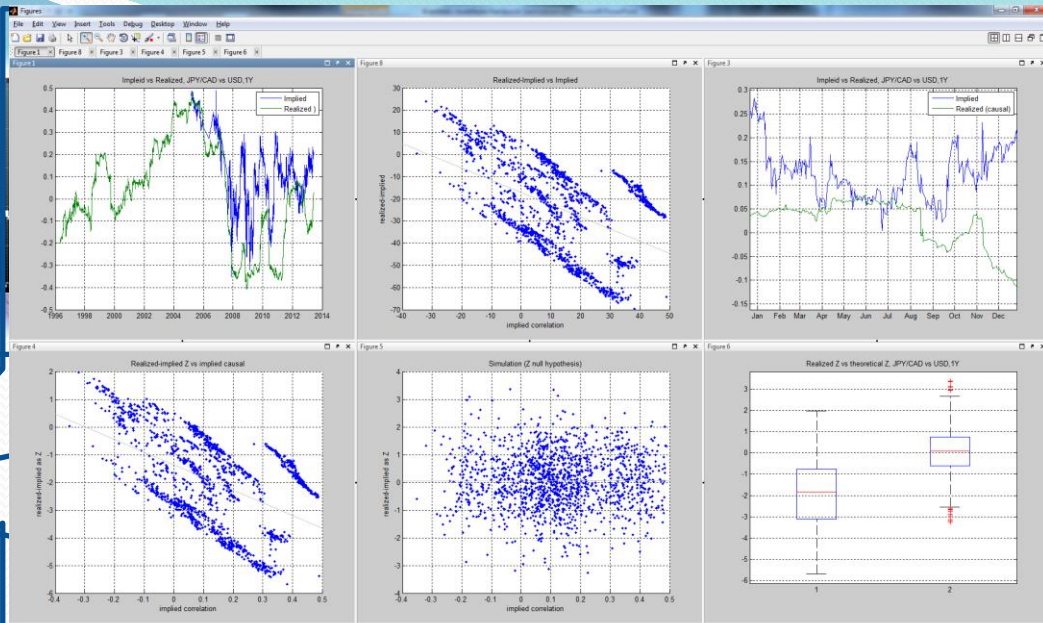
Analízis

Trade döntés

kitettség elemzés+
kilépési pont

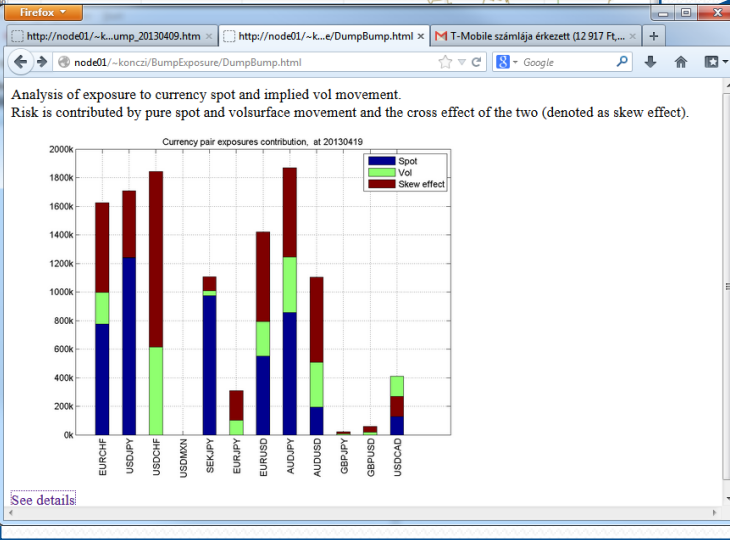
Kockázat-elemzés

Yes/No



Generic time series plotter

Mouse over to highlight individual values. Click and drag to zoom. Double-click to zoom back out. Change the number and hit enter to adjust the averaging period.



Származtatott termékek (derivatívák)

- Alap termék : mögöttes termék (Underlying)
tipikusan egy „spot” árfolyam
 $S : t \rightarrow R$ vagy S_t
- Származtatott terméket a kifizetés definiálja
amely a mögöttes termék (underlying)
árfolyamatának tetszőleges funkcionálja
- $F : S_t, [T_1 \dots T_2] \rightarrow R$
- Valójában a kifizetésnek „dimenziója” van,
mérhetjük például dollárban. (*numeraire*)
- Path-independent, $F(\dots) = f(S_T)$
forward, call, put, digital,...
- Path-dependent:
barrier, knockin, variancia-swap, VKO,
- Multi-asset:
correlation-swap, worst-of, best-of,...



Opció

- Opció:

$$F(..) = \max(o, F^{(1)}(..))$$

Jog (lehetőség) arra, hogy válasszunk: valamilyen kifizetést megkapjunk, vagy ne kapjuk semmit.

Egy opció kifizetése mindig nem-negatív.

Egy opció várható értéke mindig nem-negatív.

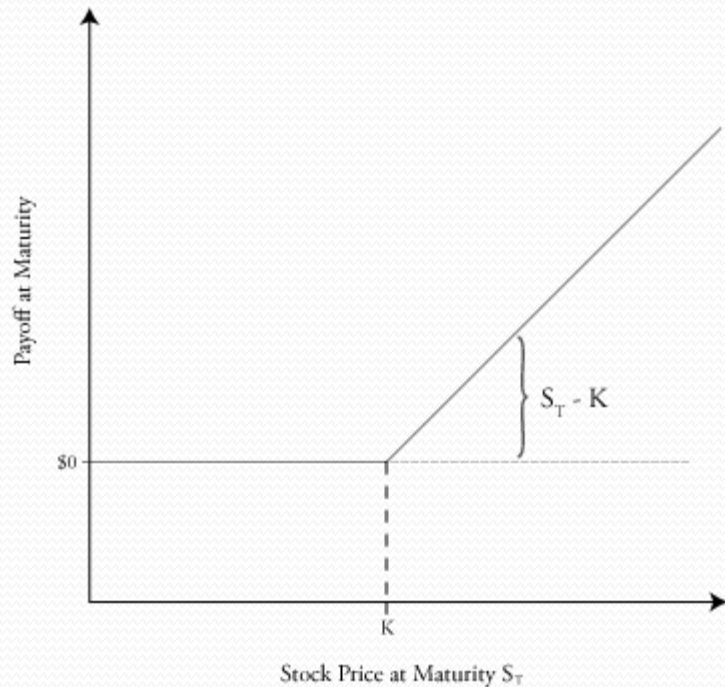
Szakzsargon: konvexitás

Call és Put opciók

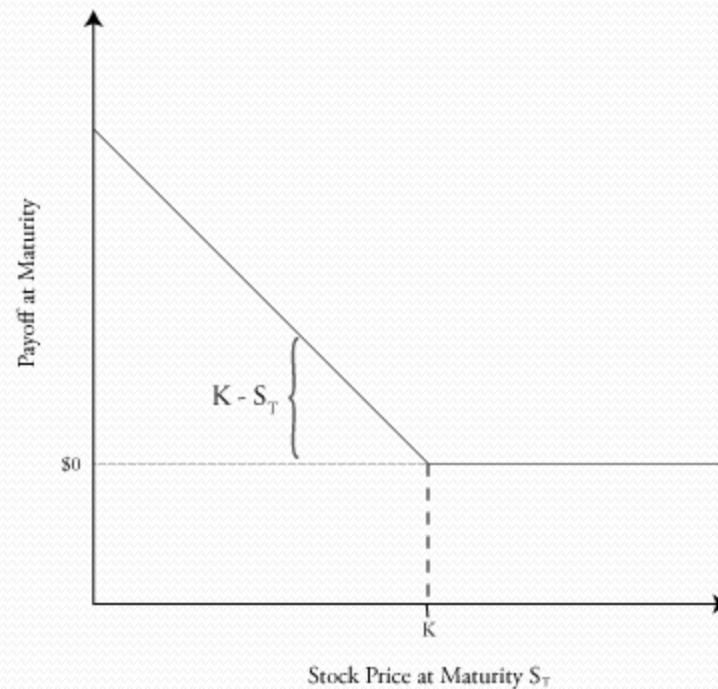
- Call opció
- Jog **megvenni** egy részvényt (terméket) egy adott áron (Strike)

- Put opció
- Jog **eladni** egy részvényt (terméket) egy adott áron (Strike)

Call Option Payoff as a Function of Stock Price



Put Option Payoff as a Function of Stock Price



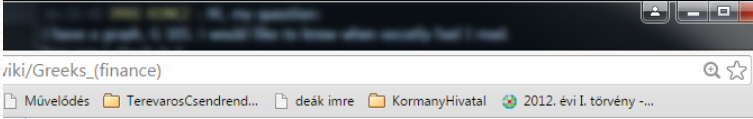
Opció modellezés célja

- Származtatott termékek árazása (mihez képest?)

1. Többi vele összefüggő termékhez képest („kalibrálás a piacra”)
2. Historikus paraméter használata (pl. historikus volatilitás, korreláció, stb behelyettesítése)

Ne legyen Arbitrázs!

- Két iskola:
 1. *Interpolálás*
(model egy szofisztikált interpolási eszköz)
 2. *A dinamikának és a paramétereknek legyen érhetőek és közel a „valós” fizikai értékekhez*
- *Hedgelés* : egy termék kockázatának csökkentése egy másik eszköz használatával. („fedezés”)
- Az opció árának érzékenysége különböző paraméterekre: az ár parciális deriváltjai
Greeks: Delta, Gamma, Vega, és a többiek...
- Portfólió (derivatívák) kockázatának elemzése



Use of the Greeks [edit]

	Spot Price (S)	Volatility (σ)	Time to Expiry (τ)
Value (V)	Δ Delta	ν Vega	Θ Theta
Delta (Δ)	Γ Gamma	Vanna	Charm
Vega (ν)	Vanna	Vomma	Veta
Gamma (Γ)	Speed	Zomma	Color
Vomma		Ultima	Totto

Risk-Neutral modellezés

- $\text{Price}(\text{contract}) = E^Q(\text{discounted payout}(\mathbf{S}))$
- Q : Risk-neutral measure
- measure change $P \rightarrow Q$
- bármely kereskedhető termékre :
 $E^Q(\text{discounted payout}(\mathbf{S}))$ martingál, azaz $E^Q(X_{T+1} \mid t=T) = X_T$
- **Arbitrázs mentesség automatikusan teljesül!**
- *Fundamental Theory of Asset Pricing*:
 1. A modell felírható RN-measure szerinti várható értékeként („létezik Q ”)
 2. A modell arbitrázsmentes
- **1. ekvivalens 2.**
- Analógia: Dutch-book tétel (fogadások oddsai)
- Unicitás: modell teljesség
- „Úttörő” model : Black-Scholes model (Black-Scholes-Merton, Nobel-díj)

Risk-Neutral valószínűség: Mit jelent?

- Mennyi a valószínűsége, hogy Magyarország kijut az EB-re?

NORVÉGIA VAGY MAGYARORSZÁG JUT TOVÁBB? LABDARÚGÁS, EB-SELEJTEZŐ 2015.11.15. 20:45	
KI JUT TOVÁBB?	ODDS
Norvégia	1,65
Magyarország	2,10

$$P_1 = 1 / 2.10 = 47.6\%$$

$$P_2 = 1 - 1/1.65 = 39.4\%$$

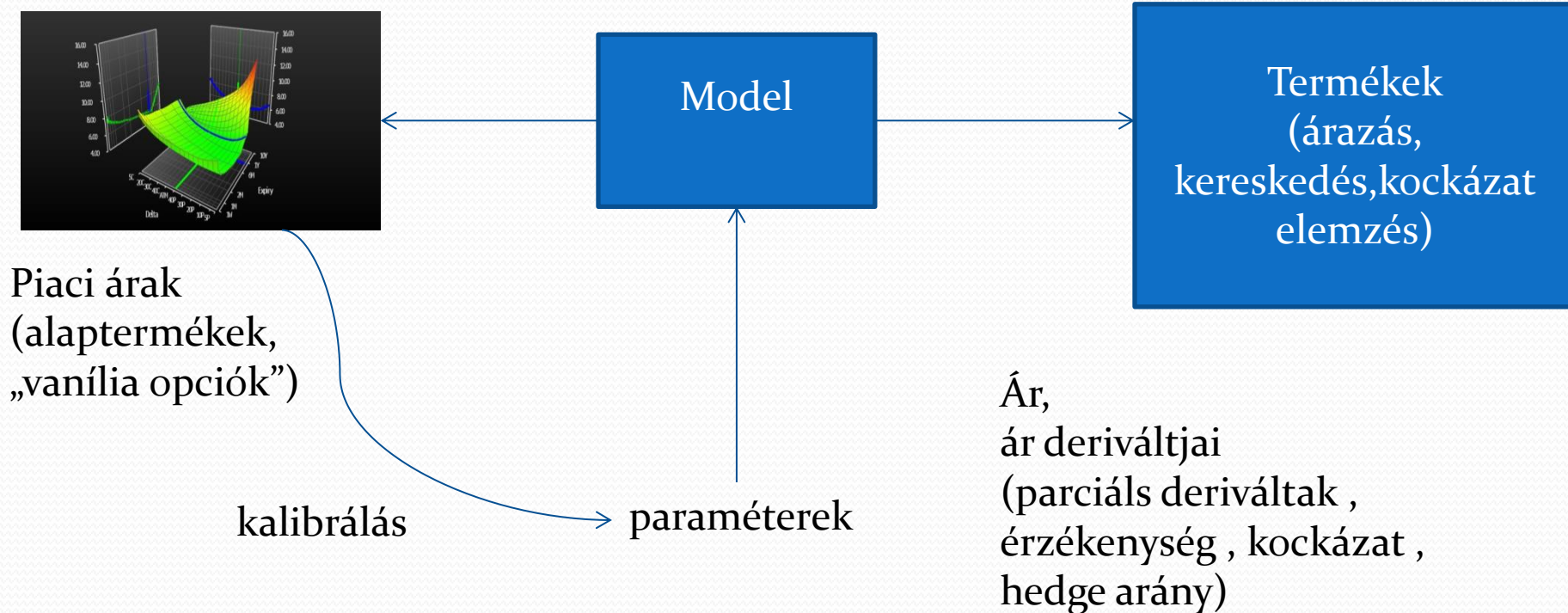
VÉTEL/ELADÁS

39.4% / 47.6%

MID

43.5%

Modellezés, kalibrálás, árazás...



Naponta újra kalibrálás ...

(nem szoktuk meg fizikában és természettudományokban)

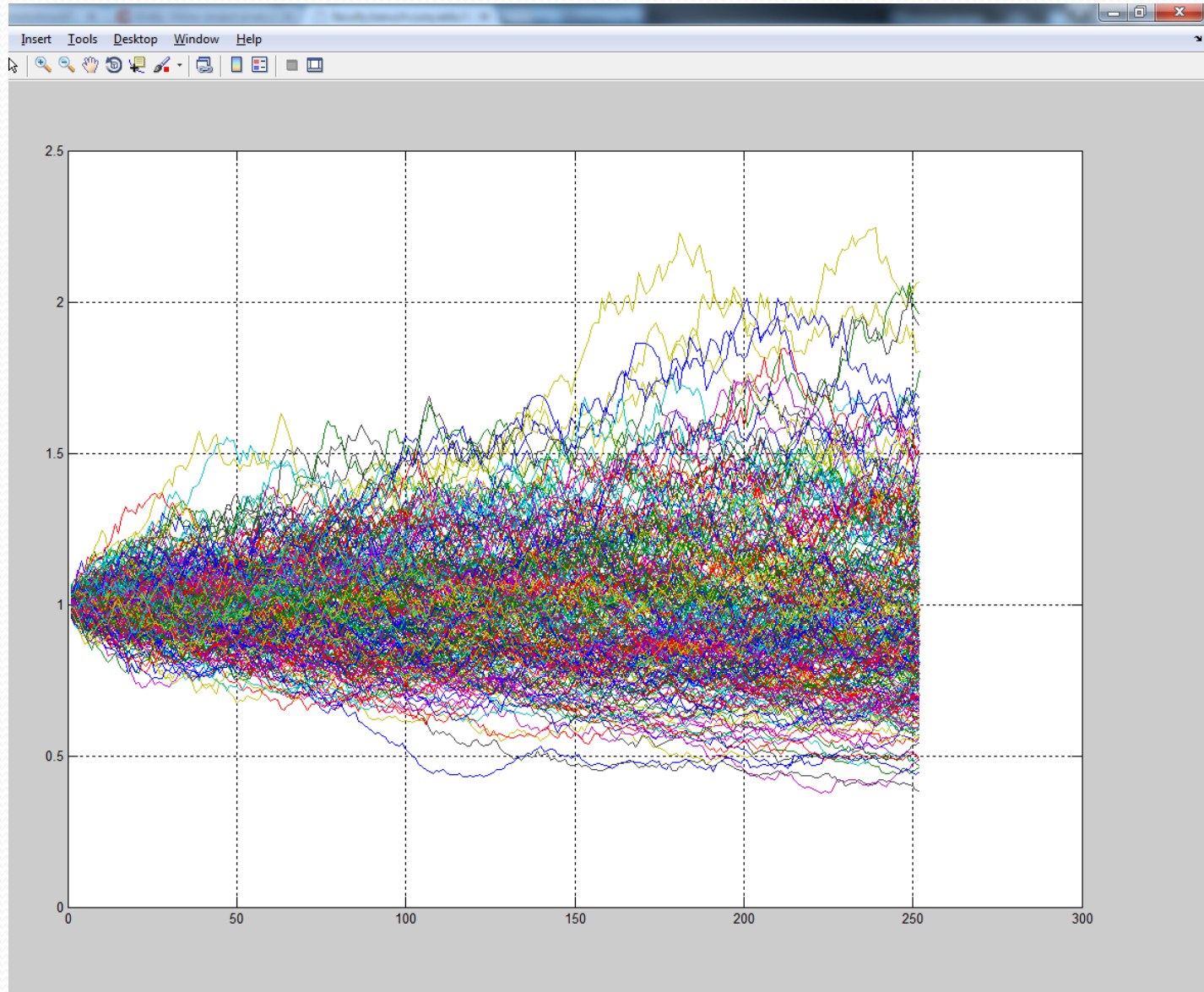
FX opció árazás alapok

- Spot, Forward ,Interest Rates, BS volatility
- Interest Rate Parity: $F = S * e^{(r-q)T}$
- BS vol: BS képlet

Opció árazás alapok

EURCHF Curncy			90 Asset		91 Actions		92 Settings		Volatility Surface					
Bloomberg BGN			Offshore		New York 10:00		Weekdays		As of		19-Oct-2015			
1 Vol Table		2 3D Surface		3 Term		4 Smile		5 Dep and Fwd Rates		6 Contribution Metrics		7 Correlation		
Format		RR/BF		Put/Call		Side		Bid/Ask		Mid/Spread		Zoom		
												100%		
Exp	ATM		25D RR		25D BF		15D RR		15D BF		10D RR		10D BF	
	Mid	Spread	Mid	Spread	Mid	Spread	Mid	Spread	Mid	Spread	Mid	Spread	Mid	Spread
1D	8.030	3.650	-0.072	2.555	0.333	1.825	0.072	3.465	0.798	2.375	0.230	4.380	1.245	2.920
1W	7.190	1.470	-0.127	1.035	0.833	0.735	-0.170	1.400	1.185	0.960	-0.230	1.770	1.433	1.175
2W	6.945	1.050	-0.313	0.735	0.612	0.525	-0.473	0.995	1.710	0.680	-0.555	1.260	2.750	0.840
3W	6.950	0.880	-0.387	0.615	0.485	0.440	-0.595	0.830	1.295	0.570	-0.703	1.055	1.970	0.700
1M	7.048	0.795	-0.480	0.560	0.440	0.400	-0.688	0.755	1.025	0.520	-0.807	0.955	1.533	0.635
2M	7.130	0.700	-0.685	0.490	0.525	0.350	-1.018	0.665	1.143	0.455	-1.220	0.840	1.675	0.560
3M	7.065	0.650	-1.028	0.455	0.582	0.325	-1.520	0.620	1.252	0.425	-1.810	0.780	1.820	0.520
4M	7.225	0.640	-1.238	0.445	0.615	0.320	-1.935	0.610	1.377	0.415	-2.345	0.770	2.015	0.510
6M	7.345	0.650	-1.563	0.455	0.692	0.325	-2.413	0.615	1.512	0.425	-2.905	0.780	2.185	0.520
9M	7.585	0.600	-2.015	0.420	0.800	0.300	-3.130	0.570	1.700	0.390	-3.770	0.720	2.410	0.480
1Y	7.760	0.550	-2.308	0.385	0.852	0.275	-3.658	0.525	1.848	0.355	-4.420	0.660	2.610	0.440
18M	8.097	0.685	-2.500	0.480	0.850	0.340	-4.120	0.650	1.928	0.445	-5.090	0.820	2.743	0.545
2Y	8.305	0.800	-2.670	0.560	0.880	0.400	-4.430	0.760	1.975	0.520	-5.470	0.960	2.795	0.640
3Y	8.670	0.800	-2.740	0.560	0.680	0.400	-4.665	0.760	1.535	0.520	-5.875	0.960	2.170	0.640
4Y	8.903	0.795	-2.905	0.560	0.610	0.400	-5.097	0.755	1.458	0.515	-6.497	0.955	2.077	0.635
5Y	9.085	0.800	-2.965	0.560	0.610	0.400	-5.475	0.760	1.445	0.520	-7.075	0.960	2.055	0.640
6Y	9.111	0.740	-3.122	0.518	0.532	0.370	-5.545	0.703	1.374	0.481	-7.039	0.888	2.012	0.592
7Y	9.135	0.696	-3.221	0.487	0.473	0.348	-5.569	0.661	1.320	0.452	-7.005	0.835	1.970	0.557
90 Legend														
99 Quick Pricer														
99 Option Pricing (OVML)														
via USD														
Mty	1M		Delta	49.996	C	Vol	7.048	0.795	Fwd	1.08249	EUR	-0.137%		
Exp	19-Nov-2015		Strike	1.08226		EUR Price	0.830%	0.092%	Spot	1.08309	CHF	-0.747%		

Brown mozgás



BS Volatilitás felület

Blach-Scholes képlet:

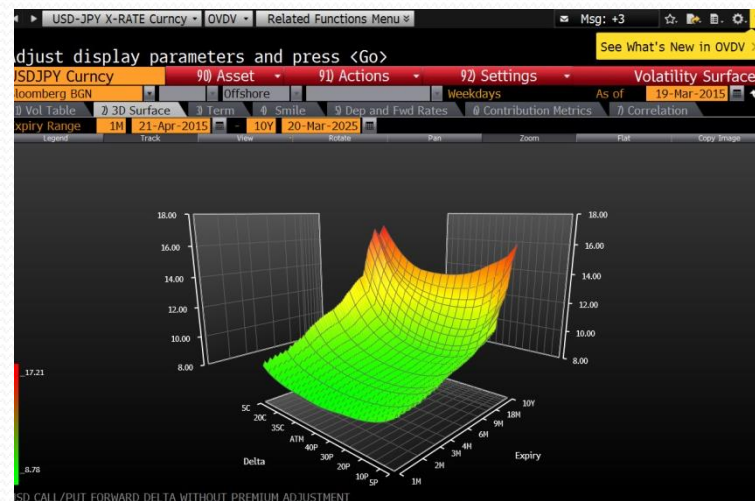
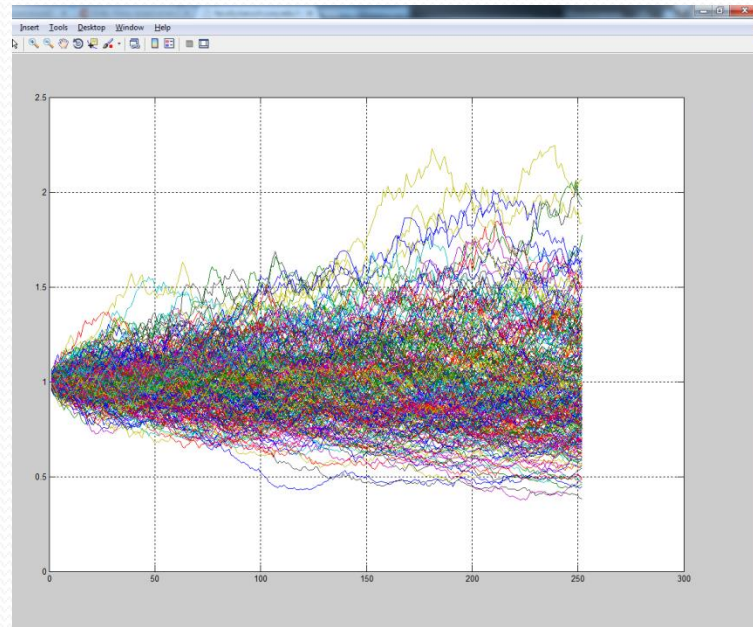
A RN mértéket egy log-normális folyamat definiálja (geometrikus Brown-mozgás).

a log-árfolyamat Brown mozgást követ (növekményei normális eloszlást követnek fix ismert szórással)

BS Implied Vol: a Black-Scholes formula invertálása

Egy adott termék (deviza) különböző maturitásra és strikera kiszámolva kapjuk a Volatility Surface-t

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$$



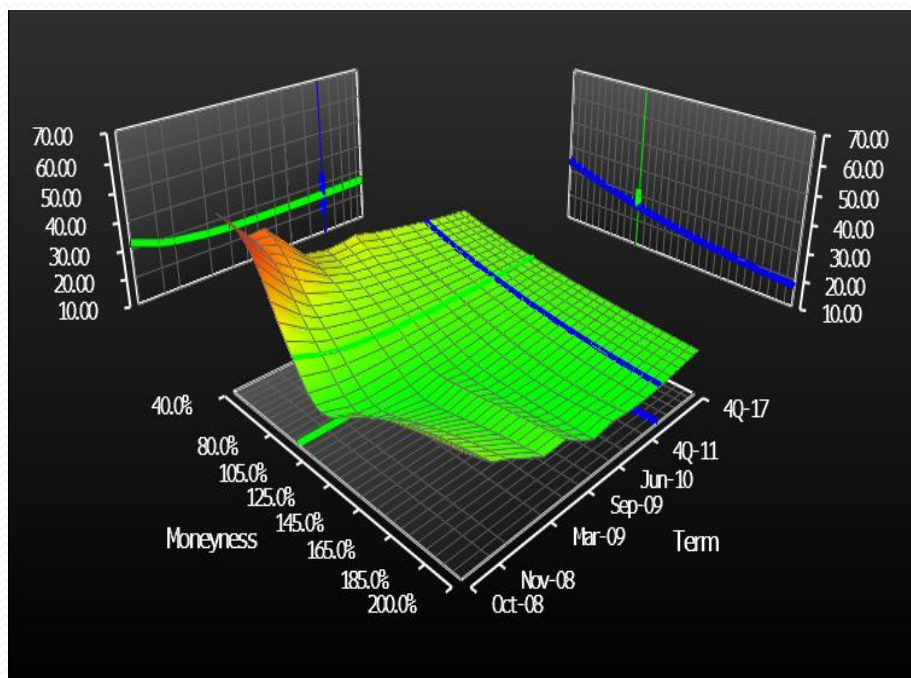
Opció árazás alapok

Néhány nehézség a sok közül:

- Interest-rate adat nincs mindig, és/vagy nem áll fent a paritás
- Ezért a négy adatból 3-at használunk, de nem konzekvens módon!
- Volatilitás: ATM, Butterfly, RiskReversal konvenció
- Strike számolás Delta konvencióval: nem triviális, egyes esetekben iteratív algoritmust igényel, aminek néha nincs megoldása
- Stb

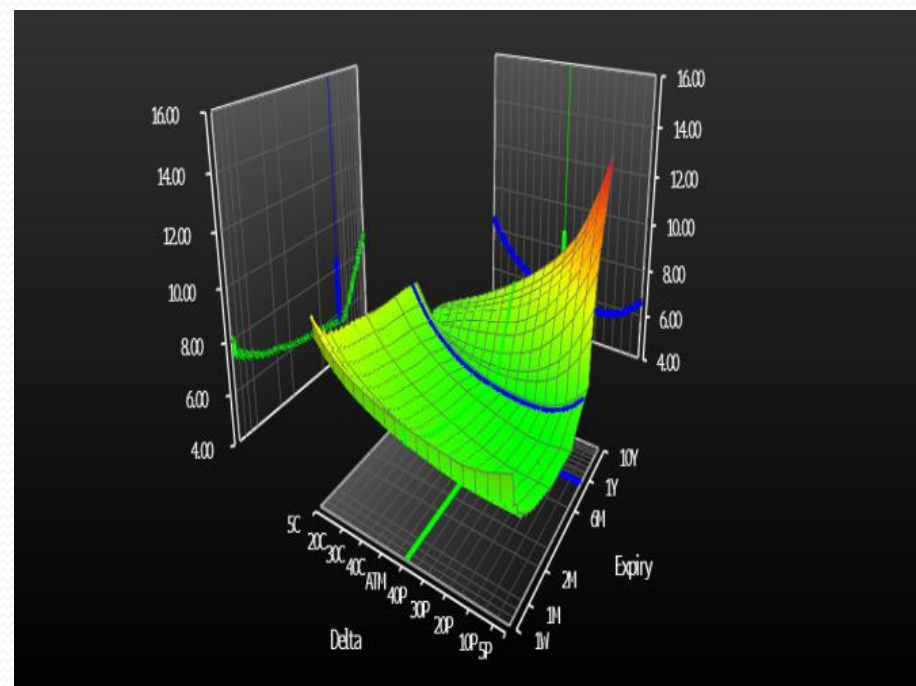
Extrém volatilitás felületek

SPX index 2008-Sep-20



Forrás: *Bloomberg*

EURCHF (2013)



Forrás: *Bloomberg*

Fx piac sajátosságai, kihívásai

- Bármely két deviza arányára lehet opciót kötni (részvényekkel ellentétben, ahol nincs Apple/Google opció)
- Ezért multi-asset modellezés szükséges
- Opció ára *foreign* devizában, pl. EURHUF ára EUR-ban (Apple opció Apple-ban?)
- numeraire nagyon fontos,
- Kvantó effektus (természetese módon van jelen)
- Speciális, (nem konzisztens) konvenciók (strike számolás algoritmussal...) + naptár + ...
- Árazás (quote): ATM, RiskReversal, Butterfly (25 Delta), *premium included delta*, forward pointok
- Interest rate görbék „főzése” (külön iparág) , Spot-Forward-Interest Rate arbitrázskör

FX Opció modellezés

Elvárások a modelltől:

- arbitrage-mentesség (RiskNeutral modellek automatikusan)
- képes legyen kalibrálni a piaci árakra
- Gyors árazás/ gyors kalibrálás
(pl. analitikus vagy félanalitikus árazás vs MC árazás)
- Multi-asset árazás

Modellek:

- Black-Scholes (Black)
- Vanna-Volga (nem RN model, arbitrázst tartalmaz.... ☹)
- Stochastic-vol modellek
- Local-vol modellek
- Jump-diffusion
- Levy-processes
- Lattice-based models
- Stochastic interest rate models
- Garch Models
- Bayesian HMM
- ...

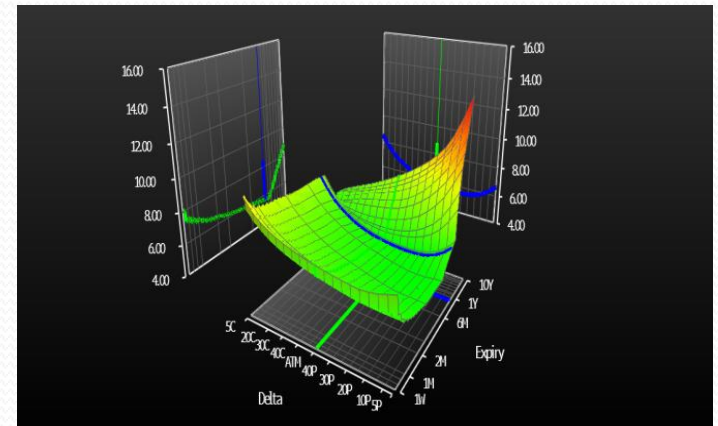
Heston modell

$$\begin{aligned}dS_t &= \mu S_t dt + \sqrt{V_t} S_t dZ_t \\dV_t &= \kappa(\theta - V_t)dt + \omega \sqrt{V_t} dW_t.\end{aligned}$$

- Analitikus árazó képlet (ár karakterisztikus függvénye ismert)

Problémák:

- Numerikus instabilitás
- Diszkrétizálás: nulla-csapda
- irreálisan magas vol-of-vol paraméter
- nagy pozitív skew-ra nehezen kalibrál
- előjelt váltó skew-ra még nehezebben...
- Monte-Carlo szimuláció (különböző diszkrétizálási eljárások)



Trükkös javítások: WMC és automatikus deriválás

- Eredeti process „hekkelés” (pl. volatilitás alulról korlátozása)
- Fourier-transzformáció FFT-vel (lineáris idő négyzetes helyett) signal processing területről kölcsönzött trükk
- Weighted Monte Carlo
- „Brute force” : grid, párhuzamosítható feladatok (Monte-Carlo path generálás)

Multi-asset framework:

Automatikus árazás, kalibrálás, bumpolás

Feladatok:

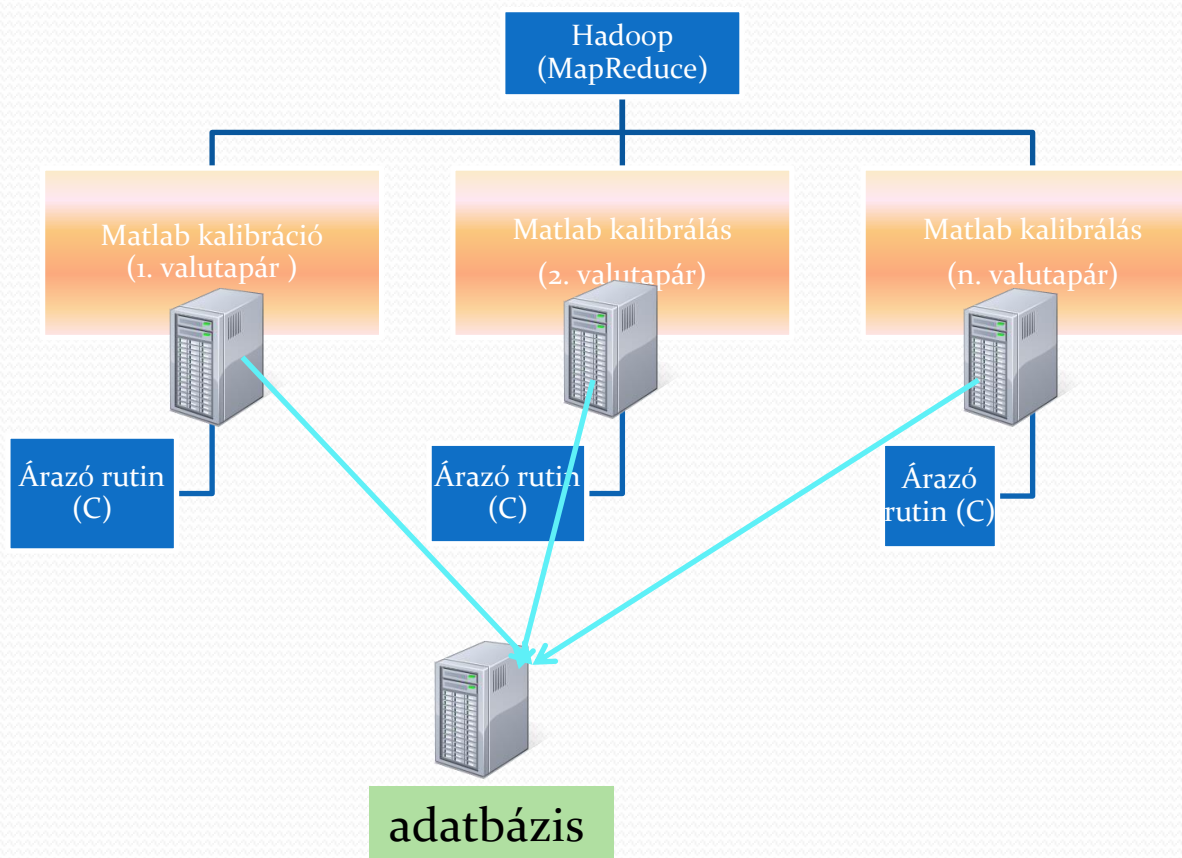
- Adatok letöltése, feldolgozása, FX opciós piac speciális konvenciók, (Strike számolás algoritmussal...)
- Kalibrálás minden valutapár *Volatility Surface*-re
- Termékek automatikus árazása, követése
Risk analízis, érzékenység-vizsgálat (paraméterek bumpolásával)

Kihívások:

- 50+ valutapár, inhomogén ügyletek, multi-asset framework
- Extrém Volsurface (előjelet váltó skew, ...)

Megoldás

- Modell: Heston-modell módosítása, lineárisan változó skew paraméterek + Weighted Monte Carlo
- Modell kódbázis: Matlab *struct* (model objektum-osztály emulálása)
- Monte-Carlo alapú kalibrálás, ~500.000 path
- Elő-kalibrálás analitikus közelítő formula felhasználásával (FFT, Matlab)



Automatikus rendszer:

Matlab wrapper függvény:

Egyszerű opció típusok hívhatók

- Az egyes tradek pay-out függvényei szintén hívhatóak
- Bumpolás paraméterek változtatása és újrakalibrálása által

```
strike = 100.5;  
barrier = 112.0 ;
```

```
options = ...  
    { { 'vanilla call ', {'AUDJPY'}, {T, strike} } ...  
    , { 'up & out call', {'AUDJPY'}, {T, strike, barrier} } ...  
};
```

```
[prices,payoffs] = pricerViaC(S,options);
```

Automatikus rendszer:

http://kompot/mwiki/index.php5/Multi-asset_modelling

File Edit View Favorites Tools Help

Search Share Translate More

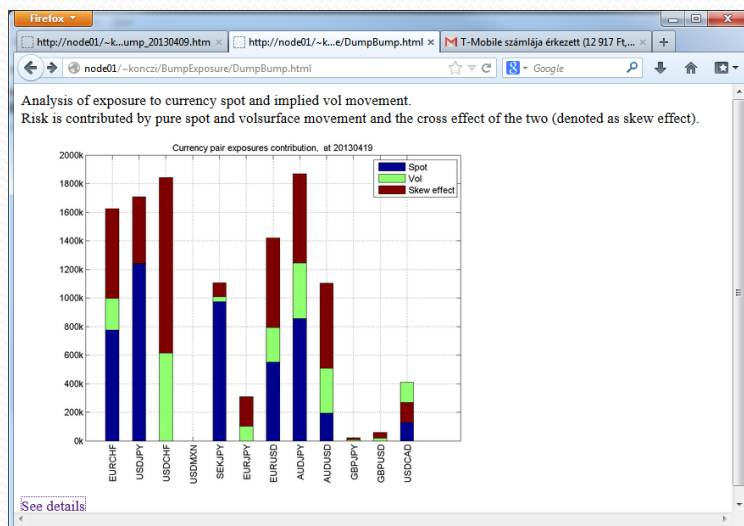
kati.koncz

Note: expiry, maturity and T are used as synonyms, they all mean the same thing below. The payout "dom" means that it is technically the numeraire currency (which depends on the calibration, not on the option), and the "real" meaning is in parentheses.

contract	parameters	payout	notes
forwards			
forward halfswap	expiry	DOM	you get the future spot value in domestic currency
prepaid forward contract	expiry	DOM	you get the <i>discounted</i> future spot in the domestic currency, $\exp(-rT)$
vanillas			
vanilla call	expiry, strike	DOM	foreign notional, but the premium is given in the domestic currency (divide by spot to get foreign percentage)
vanilla put	expiry, strike	DOM	
vanilla percent	expiry, strike%, sign	DOM	strike is given as a ratio example: sign=+1 and strike=1.05 is 5% OTM call sign=-1 and strike=1.05 is 5% ITM put
swaps			
volatility halfswap	expiry	DOM	you get the (annualized) realized volatility in the domestic currency
variance halfswap	expiry	DOM	
correlation halfswap	expiry	DOM #1	payout is the domestic currency of the first pair
forward volatility halfswap	T1, T2	DOM	you get the (annualized) forward realized volatility in the domestic currency
forward variance halfswap	T1, T2	DOM	
forward correlation halfswap	T1, T2	DOM #1	payout is the domestic currency of the first pair
digitals			
digital call [domestic digital call]	T, strike	DOM	both notional and payout is in domestic (equivalently, domestic percentage)
digital put [domestic digital put]	T, strike	DOM	note: $\text{digi call \%} + \text{digi put \%} = \exp(-rT)$

Bumpolás

- Paraméterek változtatás, újra-kalibrálás és árazás
- Egy adott valutapár spot ár/volatilitás változásának összesített hatását vizsgálhatjuk a portfóliónkra (book)
- Klaszteren napi futás után Matlab függvény összesíti az eredményeket
- Vizualizáció (web)



Egyedi adatbázis

- Piaci adatok, származtatott adatok (pl realizált vol, kalibráció eredménye, backtest eredmények)
 - Strukturált adat hosszú idősorok, nagy méret
 - Az adatstruktúra nem illeszkedik jól relációs adatbázisokhoz, kb 10 millió adatpont
 - Változatos struktúra:
 - skalár (Spot)
 - vektor (Forward, Interest Rate)
 - mátrix (VolSurface)
- + idő dimenzió (napok száma)
- + termék dimenzió (valutapárok)

SpotFX.hdf5 → FX → Rate → EURSEK → Spot → Reuters → Intraday → FifteenMinutes → 2012 → 09
 Minute → 2012 → 09

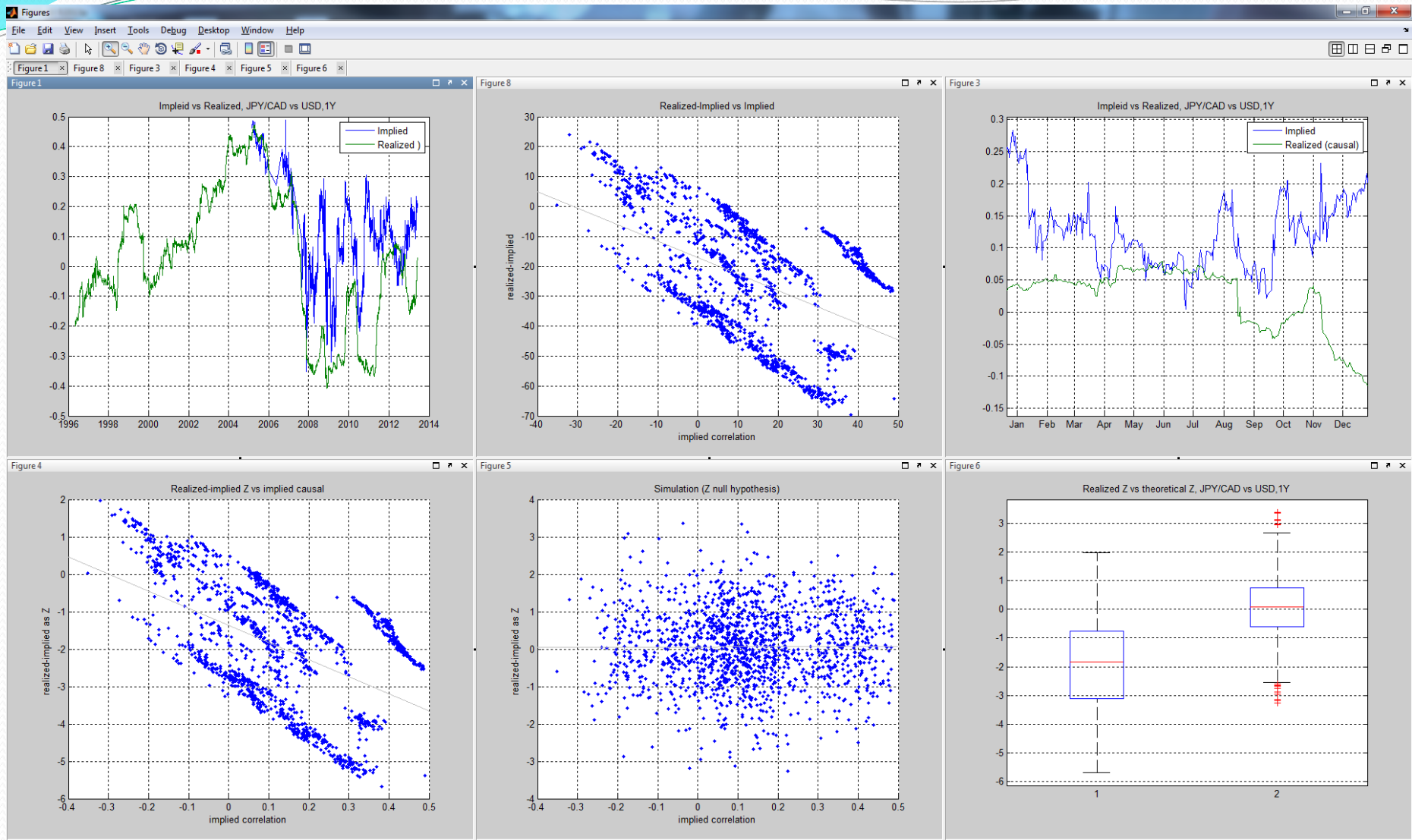
volatility.hdf5 → FX → Rate → EURSEK → Volatility / Realized → Reuters → Intraday → Minute
 WM → Historical
 Future

interpolation.hdf5 → FX → Rate → EURSEK → Volatility / Implied → BB → Surface → Interpolation → Smile → NIG → Params
 Errors

fxdb.hdf5 → FX → Rate → EURSEK → Spot → WM → Mid
 BidAsk
 BB → Mid
 InterestRate → CompactData → RQ
 Forward → BB → Mid
 Volatility / Implied → BB → Surface → Mid
 Ask
 Bid
 Strike
 Equity → Index → FTSE → Spot → Yahoo → OHLC
 DAX → Spot → Yahoo → OHLC
 SPX → Spot → Yahoo → OHLC

Esetenkénti analízis

- Kihívás: speciális termékek árazása, statisztikai elemzése, vizualizációja
- Megoldás: Matlab szkriptelés
- A Framework felhasználása:
piaci árak, idősorok behívása adatbázisból, Matlab wrappereken keresztül
- Reprodukálható analízis
- Gyors reagálás váratlan helyzetekre:
azonnali döntés szükséges, vagy prezentálni kell a döntés-előkészítést
- Jelenleg nem strukturált kódbázis, esetként megírt szkriptekkel (könnyen illeszthető egy szkennelő rendszer alá)



Technológia áttekintés

technológia	Tipikus feladat	Matlab függvény
MEX	Sebesség-érzékeny rutinok	
Matlab Compiler	Klaszter	(<i>Compiler toolbox</i>)
C, Haskell exe	Sebesség-érzékeny rutinok	<i>system</i>
Com Server (Outlook, Excel, VBA)	Email, xls feldolgozás és készítés	<i>xlsread, ..., actserver,</i>
Hadoop	Klaszter, kalibrálás	-
HDF5	adatbázis	<i>hdf5read,...</i> + saját wrapperek
JSON	tradek adatbázisa	saját/3rd-party wrapperek
(CVS, GIT)	Verzió követés	-
m2html	Kódbázis áttekintése	

Esettanulmány: EUR/CHF

- 2011 euro-válság: a kockázat kerülés miatt a tőke CHF-ba „menekült”
- EURCHF paritásig zuhan (1.50-ról)
- 2011. Svájci jegybank (SNB) bejelenti hogy 1.20 küszöböt vezet be („peg”)
- 2015. január 15: az euró gyengülése miatt az SNB nem tartja tovább, az árfolyam 0.80-ig zuhan, majd 1.00-1.05 körül stabilizálódik

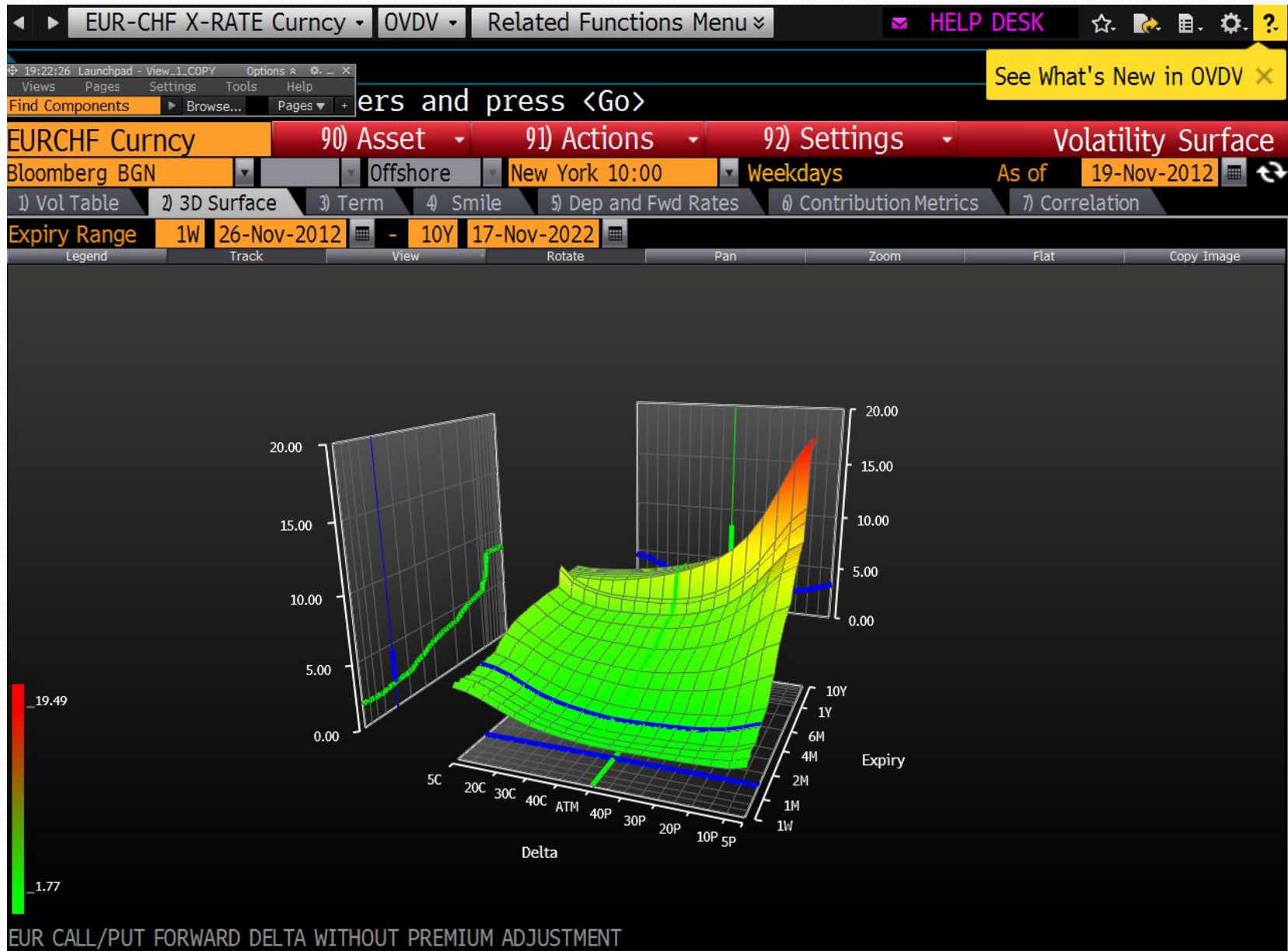
Milyen volatilitás felületeket eredményezett mindez?

Mit árazott a piac? Mennyire volt „előreláthatalan”?

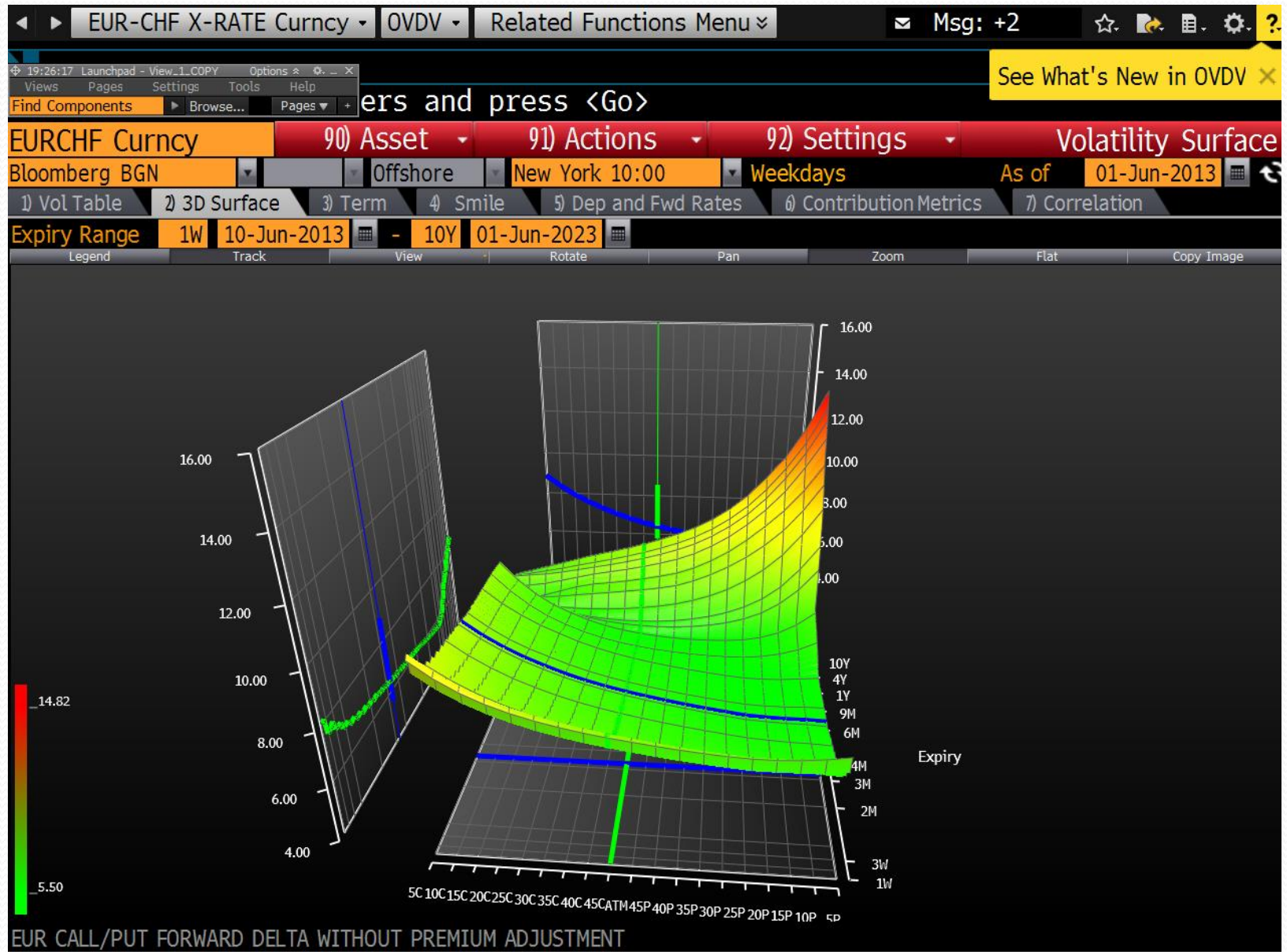
2014. november

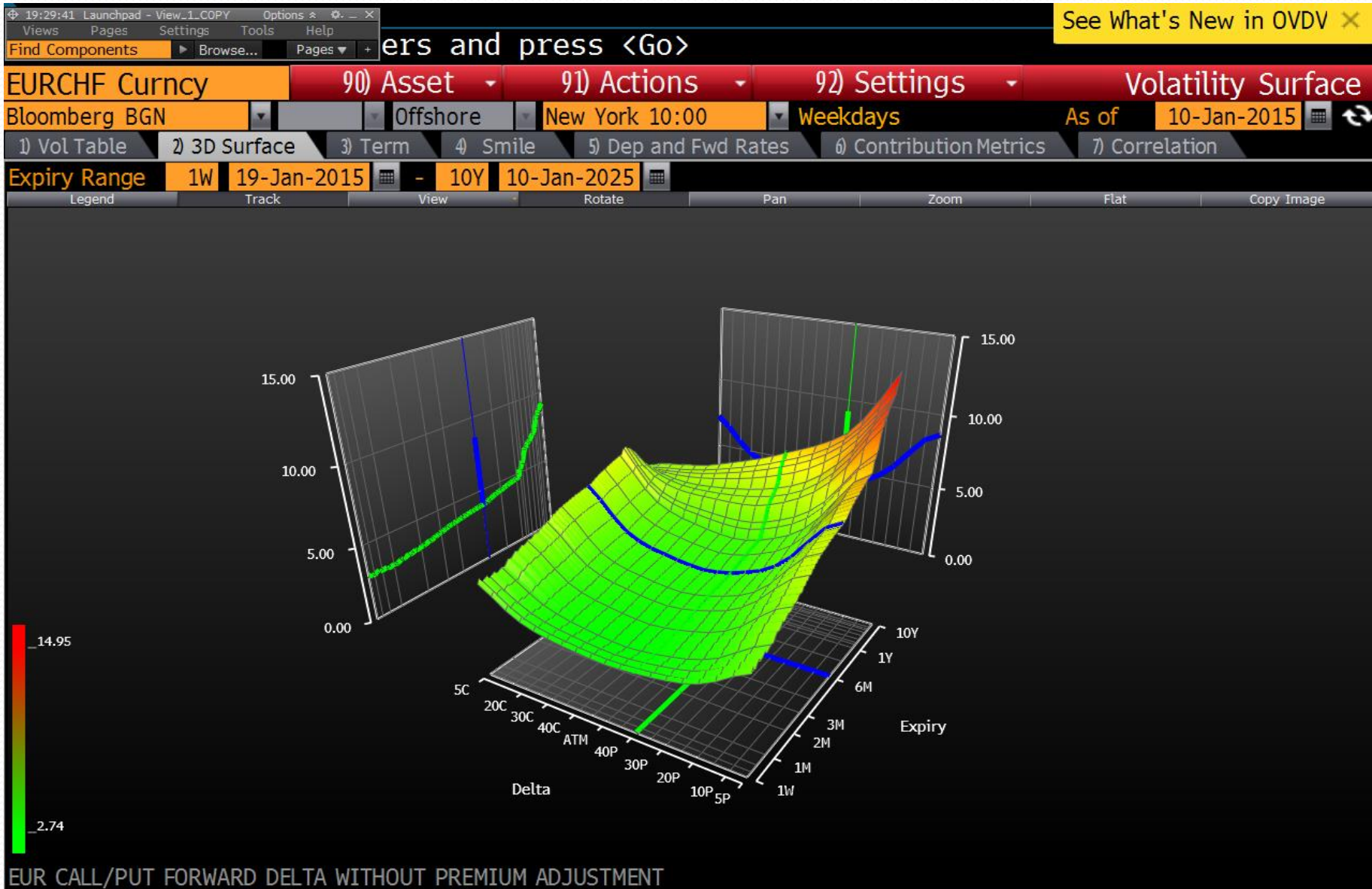
„The franc probably would strengthen if the Swiss vote Yes, in that the SNB's ability to influence the currency's value would diminish”

Esettanulmány: EURCHF



Esettanulmány: EURCHF





Esettanulmány: EURCHF



Esettanulmány: EURCHF



2014. november

„The franc probably would strengthen if the Swiss vote Yes, in that the SNB’s ability to influence the currency’s value would diminish”

Esettanulmány: EURCHF

