Kamatlábmodellek korlátai

Móra Péter
Morgan Stanley

BME, Matematikai Modellalkotás szeminárium

2012. szeptember 25.

Nem sztochasztikus megközelítés

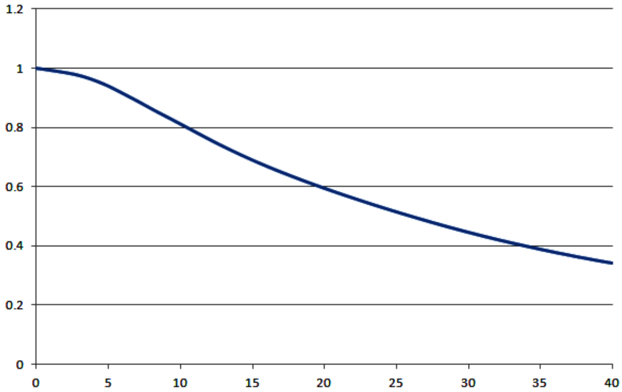
Diszkont faktor:

$$D(t) = \text{ 1 dollár } t \text{ időpontban mennyit ér most?}$$

Nem sztochasztikus megközelítés

Diszkont faktor:

$$D(t) = \text{ 1 dollár } t \text{ időpontban mennyit ér most?}$$



Nem sztochasztikus megközelítés

Diszkont faktor:

$$D(t) = \text{ 1 dollár } t \text{ időpontban mennyit ér most?}$$

Kamatláb: $$r(t) = \frac{\partial}{\partial T} \ln D(T)$$

Nem sztochasztikus megközelítés

Diszkont faktor:

$$D(t) = \text{ 1 dollár } t \text{ időpontban mennyit ér most?}$$

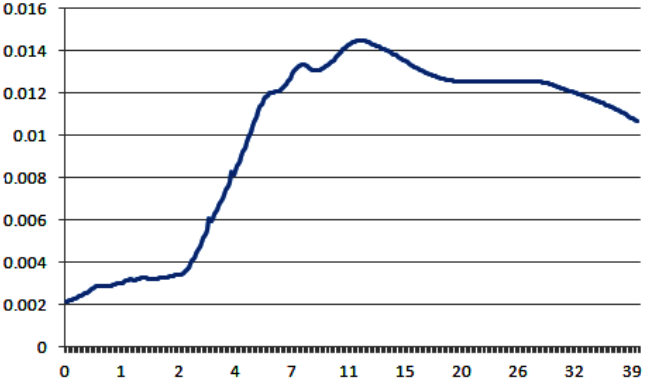
Kamatláb: $$r(t) = \frac{\partial}{\partial T} \ln D(T) \qquad D(t) = e^{-\int_0^t r(s)\,\mathrm{d}s}$$

Nem sztochasztikus megközelítés

Diszkont faktor:

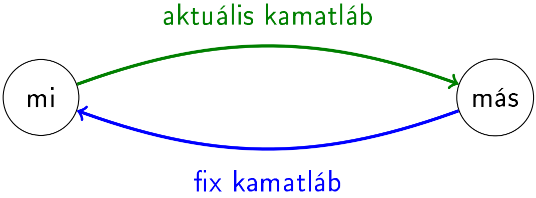
$$D(t) = \text{ 1 dollár } t \text{ időpontban mennyit ér most?}$$

Kamatláb: $\quad r(t) = \frac{\partial}{\partial T} \ln D(T) \qquad D(t) = e^{-\int_0^t r(s)\,\mathrm{d}s}$

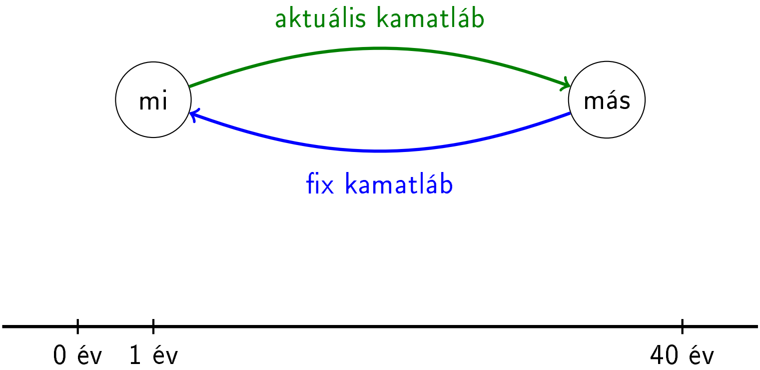


Kamatláb swap

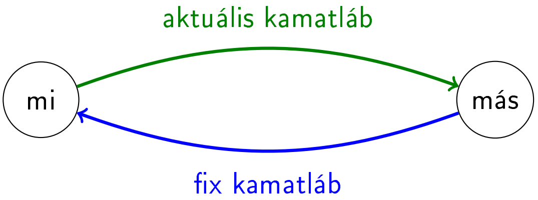
Kamatláb swap

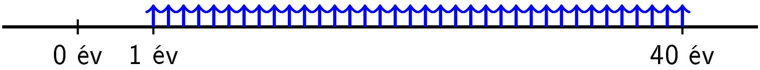


Kamatláb swap

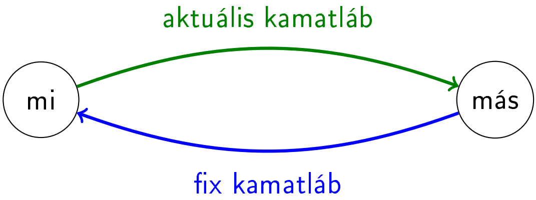


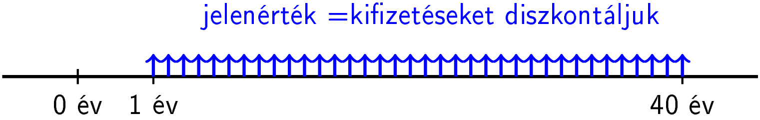
Kamatláb swap



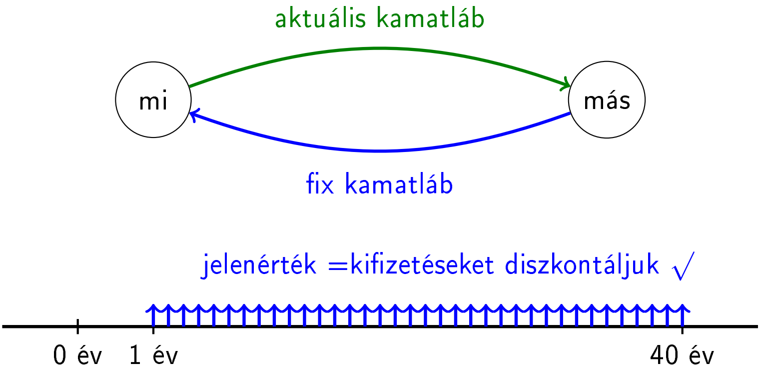


Kamatláb swap

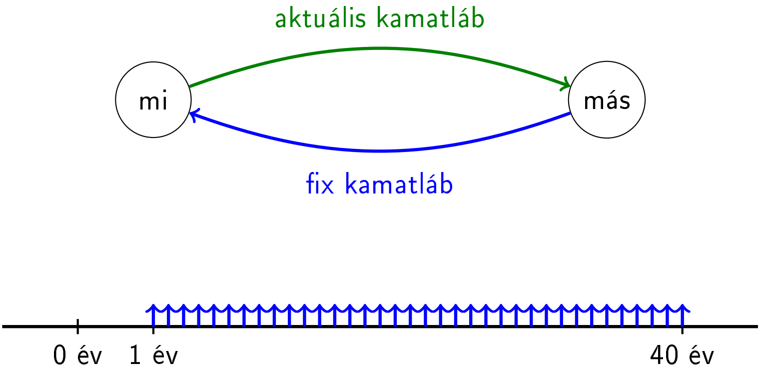




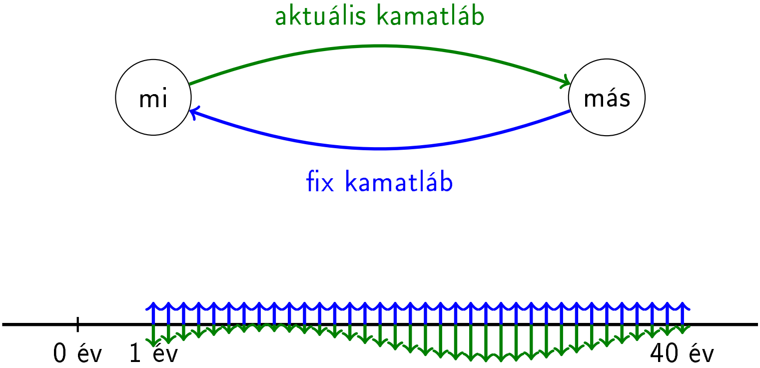
Kamatláb swap



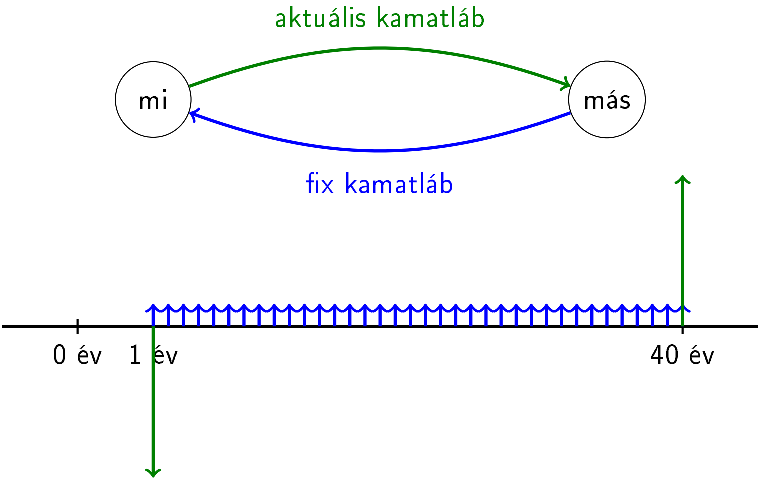
Kamatláb swap



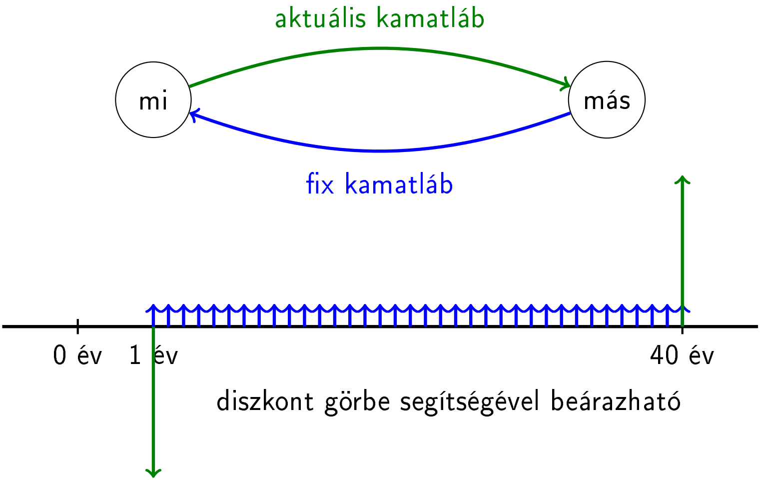
Kamatláb swap



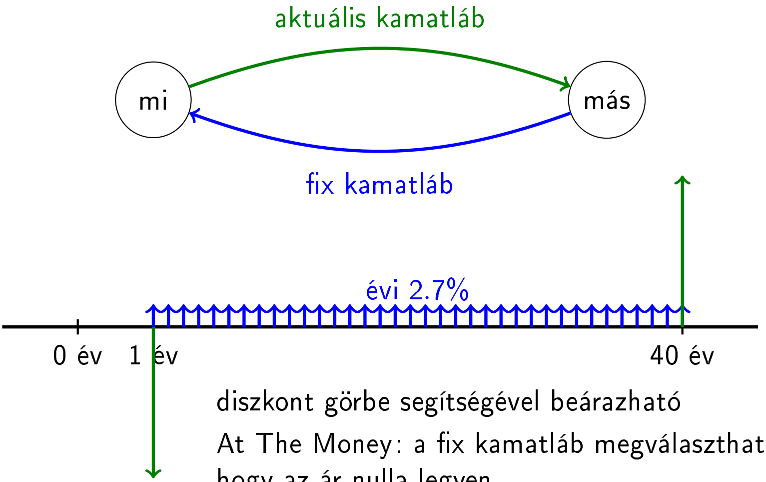
Kamatláb swap



Kamatláb swap



Kamatláb swap

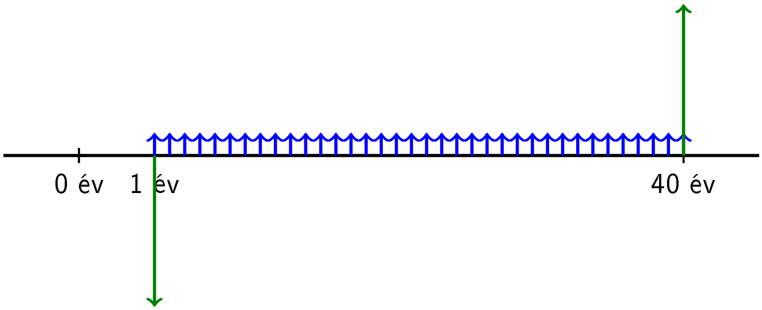


diszkont görbe segítségével beárazható

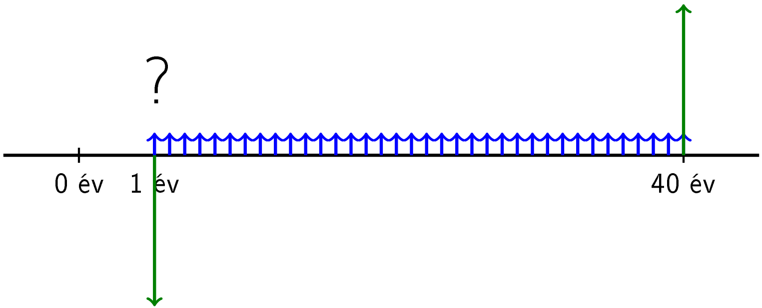
At The Money: a fix kamatláb megválasztható úgy, hogy az ár nulla legyen

Kamatláb swap opció (swaption)

Kamatláb swap opció (swaption)

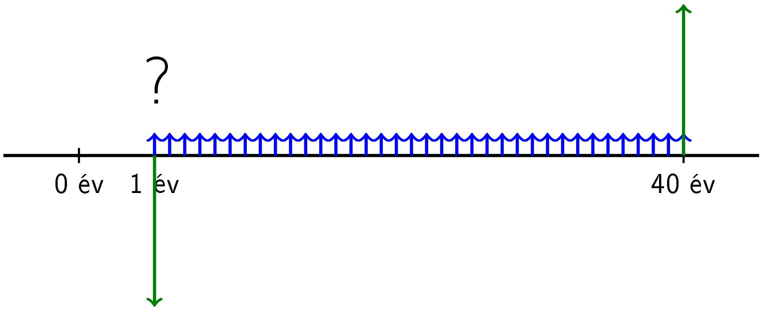


Kamatláb swap opció (swaption)



1 év után megvan a lehetoségünk, hogy belépjünk.
Az At The Money kamatláb swap opciók likvidek.

Kamatláb swap opció (swaption)



1 év után megvan a lehetoségünk, hogy belépjünk.
Az At The Money kamatláb swap opciók likvidek.

A diszkont görbe nem elég, sztochasztikus folyamatra van szükség.

Egy-faktoros kamatláb modellek

1. Merton's Model (1973) models the short rate as $dr_t = r_0 + at + \sigma W_t^*$: where W_t^* is a one-dimensional Brownian motion under the spot martingale measure.
2. The Vasicek model (1977) models the short rate as $dr_t = (\theta - \alpha r_t)\,dt + \sigma\,dW_t$; it is often written $dr_t = a(b - r_t)\,dt + \sigma\,dW_t$.
3. The Rendleman–Bartter model (1980) models the short rate as $dr_t = \theta r_t\,dt + \sigma r_t\,dW_t$.
4. The Cox–Ingersoll–Ross model (1985) supposes $dr_t = (\theta - \alpha r_t)\,dt + \sqrt{r_t}\,\sigma\,dW_t$, it is often written $dr_t = a(b - r_t)\,dt + \sqrt{r_t}\,\sigma\,dW_t$. The $\sigma\sqrt{r_t}$ factor precludes (generally) the possibility of negative interest rates; see further.
5. The Ho–Lee model (1986) models the short rate as $dr_t = \theta_t\,dt + \sigma\,dW_t$.
6. The Hull–White model (1990) - also called the extended Vasicek model - posits $dr_t = (\theta_t - \alpha r_t)\,dt + \sigma_t\,dW_t$. In many presentations one or more of the parameters θ, α and σ are not time-dependent. The model may also be applied as lognormal.
7. The Black–Derman–Toy model (1990) has $d\ln(r) = [\theta_t + \frac{\sigma_t'}{\sigma_t}\ln(r)]dt + \sigma_t\,dW_t$ for time-dependent short rate volatility and $d\ln(r) = \theta_t\,dt + \sigma\,dW_t$ otherwise; the model is lognormal.
8. The Black–Karasinski model (1991), which is lognormal, has $d\ln(r) = [\theta_t - \phi_t \ln(r)]\,dt + \sigma_t\,dW_t$; the model may be seen as the lognormal application of Hull-White.[3]
9. The Kalotay–Williams–Fabozzi model (1993) has the short rate as $d\ln(r_t) = \theta_t\,dt + \sigma\,dW_t$, a lognormal analogue to the Ho–Lee model, and a special case of the Black–Derman–Toy model.

Forrás: http://en.wikipedia.org/wiki/Short-rate_model

Egy-faktoros kamatláb modellek

1. Merton's Model (1973) models the short rate as $dr_t = r_0 + at + \sigma W_t^*$: where W_t^* is a one-dimensional Brownian motion under the spot martingale measure.
2. The Vasicek model (1977) models the short rate as $dr_t = (\theta - \alpha r_t)\,dt + \sigma\,dW_t$; it is often written $dr_t = a(b - r_t)\,dt + \sigma\,dW_t$.
3. The Rendleman–Bartter model (1980) models the short rate as $dr_t = \theta r_t\,dt + \sigma r_t\,dW_t$.
4. The Cox–Ingersoll–Ross model (1985) supposes $dr_t = (\theta - \alpha r_t)\,dt + \sqrt{r_t}\,\sigma\,dW_t$, it is often written $dr_t = a(b - r_t)\,dt + \sqrt{r_t}\,\sigma\,dW_t$. The $\sigma\sqrt{r_t}$ factor precludes (generally) the possibility of negative interest rates; see further.
5. The Ho–Lee model (1986) models the short rate as $dr_t = \theta_t\,dt + \sigma\,dW_t$.
6. The Hull–White model (1990) - also called the extended Vasicek model - posits $dr_t = (\theta_t - \alpha r_t)\,dt + \sigma_t\,dW_t$. In many presentations one or more of the parameters θ, α and σ are not time-dependent. The model may also be applied as lognormal.
7. The Black–Derman–Toy model (1990) has $\boxed{d\ln(r)} = [\theta_t + \frac{\sigma'_t}{\sigma_t}\ln(r)]dt + \sigma_t\,dW_t$ for time-dependent short rate volatility and $\boxed{d\ln(r)} = \theta_t\,dt + \sigma\,dW_t$ otherwise; the model is lognormal.
8. The Black–Karasinski model (1991), which is lognormal, has $\boxed{d\ln(r)} = [\theta_t - \phi_t\ln(r)]\,dt + \sigma_t\,dW_t$; the model may be seen as the lognormal application of Hull-White.[3]
9. The Kalotay–Williams–Fabozzi model (1993) has the short rate as $\boxed{d\ln(r_t)} = \theta_t\,dt + \sigma\,dW_t$, a lognormal analogue to the Ho–Lee model, and a special case of the Black–Derman–Toy model.

Forrás: http://en.wikipedia.org/wiki/Short-rate_model

Egy-faktoros kamatláb modellek

1. Merton's Model (1973) models the short rate as $dr_t = r_0 + at + \sigma W_t^*$: where W_t^* is a one-dimensional Brownian motion under the spot martingale measure.
2. The Vasicek model (1977) models the short rate as $dr_t = (\theta - \alpha r_t)\,dt + \sigma\,dW_t$; it is often written $dr_t = a(b - r_t)\,dt + \sigma\,dW_t$.
3. The Rendleman–Bartter model (1980) models the short rate as $dr_t = \theta r_t\,dt + \sigma r_t\,dW_t$.
4. The Cox–Ingersoll–Ross model (1985) supposes $dr_t = (\theta - \alpha r_t)\,dt + \sqrt{r_t}\,\sigma\,dW_t$, it is often written $dr_t = a(b - r_t)\,dt + \sqrt{r_t}\,\sigma\,dW_t$. The $\sigma\sqrt{r_t}$ factor precludes (generally) the possibility of negative interest rates; see further.
5. The Ho–Lee model (1986) models the short rate as $dr_t = \theta_t\,dt + \sigma\,dW_t$.
6. The Hull–White model (1990) - also called the extended Vasicek model - posits $dr_t = (\theta_t - \alpha r_t)\,dt + \sigma_t\,dW_t$. In many presentations one or more of the parameters θ, α and σ are not time-dependent. The model may also be applied as lognormal.
7. The Black–Derman–Toy model (1990) has $\boxed{d\ln(r)} = [\theta_t + \frac{\sigma'_t}{\sigma_t}\ln(r)]dt + \sigma_t\,dW_t$ for time-dependent short rate volatility and $\boxed{d\ln(r)} = \theta_t\,dt + \sigma\,dW_t$ otherwise; the model is lognormal.
8. The Black–Karasinski model (1991), which is lognormal, has $\boxed{d\ln(r)} = [\theta_t - \phi_t\ln(r)]\,dt + \sigma_t\,dW_t$; the model may be seen as the lognormal application of Hull-White.[3]
9. The Kalotay–Williams–Fabozzi model (1993) has the short rate as $\boxed{d\ln(r_t)} = \theta_t\,dt + \sigma\,dW_t$, a lognormal analogue to the Ho–Lee model, and a special case of the Black–Derman–Toy model.

Forrás: http://en.wikipedia.org/wiki/Short-rate_model

Egy-faktoros kamatláb modellek

1. Merton's Model (1973) models the short rate as $dr_t = r_0 + at + \sigma W_t^*$: where W_t^* is a one-dimensional Brownian motion under the spot martingale measure.
2. The Vasicek model (1977) models the short rate as $dr_t = (\theta - \alpha r_t)\, dt + \sigma\, dW_t$; it is often written $dr_t = a(b - r_t)\, dt + \sigma\, dW_t$.
3. The Rendleman–Bartter model (1980) models the short rate as $dr_t = \theta r_t\, dt + \sigma r_t\, dW_t$.
4. The Cox–Ingersoll–Ross model (1985) supposes $dr_t = (\theta - \alpha r_t)\, dt + \sqrt{r_t}\,\sigma\, dW_t$, it is often written $dr_t = a(b - r_t)\, dt + \sqrt{r_t}\,\sigma\, dW_t$. The $\sigma\sqrt{r_t}$ factor precludes (generally) the possibility of negative interest rates; see further.
5. The Ho–Lee model (1986) models the short rate as $dr_t = \theta_t\, dt + \sigma\, dW_t$.
6. The Hull–White model (1990) - also called the extended Vasicek model - posits $dr_t = (\theta_t - \alpha r_t)\, dt + \sigma_t\, dW_t$. In many presentations one or more of the parameters θ, α and σ are not time-dependent. The model may also be applied as lognormal.
7. The Black–Derman–Toy model (1990) has $\boxed{d\ln(r)} = [\theta_t + \frac{\sigma_t'}{\sigma_t}\ln(r)]dt + \sigma_t\, dW_t$ for time-dependent short rate volatility and $\boxed{d\ln(r)} = \theta_t\, dt + \sigma\, dW_t$ otherwise; the model is lognormal.
8. The Black–Karasinski model (1991), which is lognormal, has $\boxed{d\ln(r)} = [\theta_t - \phi_t \ln(r)]\, dt + \sigma_t\, dW_t$; the model may be seen as the lognormal application of Hull-White.[3]
9. The Kalotay–Williams–Fabozzi model (1993) has the short rate as $\boxed{d\ln(r_t)} = \theta_t\, dt + \sigma\, dW_t$, a lognormal analogue to the Ho–Lee model, and a special case of the Black–Derman–Toy model.

Forrás: http://en.wikipedia.org/wiki/Short-rate_model

Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \Big[\theta_t - \ \alpha_t \ \ln(r(t))\Big]\mathrm{d}t + \ \sigma_t \ \mathrm{d}W_t$$

Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \Big[\theta_t - \ \alpha_t \ \ln(r(t))\Big]\mathrm{d}t + \ \sigma_t \ \mathrm{d}W_t$$

A paramétereket megfelelő megválasztjuk, így megtudjuk a kamatláb jövőbeli eloszlásait, pl. $\mathbb{P}(r(1 \text{ év}) < 4\%) = ?$

Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \Big[\theta_t - \alpha_t \ln(r(t))\Big]\mathrm{d}t + \sigma_t \, \mathrm{d}W_t$$

~~A paraméterek megfelelő megválasztjuk, így megtudjuk a kamatláb jövőbeli eloszlásait, pl. $\mathbb{P}(r(1 \text{ év}) < 4\%) =?$~~

NEM

Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \Big[\theta_t - \alpha_t \ln(r(t))\Big]\mathrm{d}t + \sigma_t \, \mathrm{d}W_t$$

~~A paramétereket megfelelő megválasztjuk, így megtudjuk a kamatláb jövőbeli eloszlásait, pl. $\mathbb{P}(r(1 \text{ év}) < 4\%) = ?$~~ NEM

A pontos eloszlásfüggvényeket nem találjuk el a modell korlátai miatt, de az eloszlásfüggvények alakját eltaláljuk.

Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \Big[\theta_t - \alpha_t \ln(r(t))\Big]\mathrm{d}t + \sigma_t \,\mathrm{d}W_t$$

~~A paraméteregeket megfelelő megválasztjuk, így megtudjuk a kamatláb jövőbeli eloszlásait,~~ pl. $\mathbb{P}(r(1 \text{ év}) < 4\%) = ?$ NEM

~~A pontos eloszlásfüggvényeket nem találjuk el a modell korlátai miatt, de az eloszlásfüggvények alakját eltaláljuk.~~ NEM

Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \Big[\theta_t - \alpha_t \ln(r(t))\Big]\mathrm{d}t + \sigma_t \, \mathrm{d}W_t$$

~~A paramétereket megfelelő megválasztjuk, így megtudjuk a kamatláb jövőbeli eloszlásait, pl. $\mathbb{P}(r(1 \text{ év}) < 4\%) = ?$~~ NEM

~~A pontos eloszlásfüggvényeket nem találjuk el a modell korlátai miatt, de az eloszlásfüggvények alakját eltaláljuk.~~ NEM

A paraméterek úgy választjuk meg, hogy hisztorikus adatokhoz kalibrálunk.

Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \Big[\theta_t - \ \alpha_t \ \ln(r(t))\Big]\mathrm{d}t + \ \sigma_t \ \mathrm{d}W_t$$

~~A paramétereket megfelelő megválasztjuk, így megtudjuk a kamatláb jövőbeli eloszlásait,~~ pl. $\mathbb{P}(r(1 \text{ év}) < 4\%) = ?$ **NEM**

~~A pontos eloszlásfüggvényeket nem találjuk el a modell korlátai miatt, de az eloszlásfüggvények~~ alakját eltaláljuk. **NEM**

~~A paraméterek úgy választjuk meg, hogy hisztorikus adatokhoz kalibrálunk.~~ **NEM**

Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \Big[\theta_t - \ \alpha_t \ \ln(r(t))\Big]\mathrm{d}t + \ \sigma_t \ \mathrm{d}W_t$$

A paraméthereket megfelelő megválasztjuk, így ~~megtudjuk a kamatláb jövőbeli eloszlásait~~, pl. $\mathbb{P}(r(1 \text{ év}) < 4\%) = ?$ NEM

A pontos eloszlásfüggvényeket nem találjuk ~~el a modell korlátai miatt, de az eloszlásfüggvények~~ alakját eltaláljuk. NEM

A paraméterek úgy választjuk meg, ~~hogy hisztorikus adatokhoz kalibrálunk~~. NEM

Piaci elemzéssel állítjuk be a paramétereket.

Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \Big[\theta_t - \alpha_t \ln(r(t))\Big]\mathrm{d}t + \sigma_t \, \mathrm{d}W_t$$

~~A paramétereket megfelelő megválasztjuk, így megtudjuk a kamatláb jövőbeli eloszlásait, pl. $\mathbb{P}(r(1 \text{ év}) < 4\%) = ?$~~ NEM

~~A pontos eloszlásfüggvényeket nem találjuk el a modell korlátai miatt, de az eloszlásfüggvények alakját eltaláljuk.~~ NEM

~~A paraméterek úgy választjuk meg, hogy hisztorikus adatokhoz kalibrálunk.~~ NEM

~~Piaci elemzéssel állítjuk be a paramétereket.~~ NEM

Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \Big[\theta_t - \alpha_t \ln(r(t))\Big]\mathrm{d}t + \sigma_t \,\mathrm{d}W_t$$

~~A paramétereket megfelelő megválasztjuk, így megtudjuk a kamatláb jövőbeli eloszlásait, pl. $\mathbb{P}(r(1 \text{ év}) < 4\%) =?$~~ **NEM**

~~A pontos eloszlásfüggvényeket nem találjuk el a modell korlátai miatt, de az eloszlásfüggvények alakját eltaláljuk.~~ **NEM**

~~A paraméterek úgy választjuk meg, hogy hisztorikus adatokhoz kalibrálunk.~~ **NEM**

~~Piaci elemzéssel állítjuk be a paramétereket.~~ **NEM**

Legalább igyekszünk, hogy a valódi valószínűségekhez közel legyünk.

Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \Big[\theta_t - \alpha_t \ln(r(t))\Big]\mathrm{d}t + \sigma_t \, \mathrm{d}W_t$$

~~A paramétereket megfelelő megválasztjuk, így megtudjuk a kamatláb jövőbeli eloszlásait, pl.~~ $\mathbb{P}(r(1\text{ év}) < 4\%) = ?$ NEM

~~A pontos eloszlásfüggvényeket nem találjuk el a modell korlátai miatt, de az eloszlásfüggvények alakját eltaláljuk.~~ NEM

~~A paraméterek úgy választjuk meg, hogy hisztorikus adatokhoz kalibrálunk.~~ NEM

~~Piaci elemzéssel állítjuk be a paramétereket.~~ NEM

~~Legalább igyekszünk, hogy a valódi valószínűségekhez közel legyünk.~~ NEM

Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \Big[\theta_t - \alpha_t \ln(r(t))\Big]\mathrm{d}t + \sigma_t \mathrm{d}W_t$$

~~A paramétereket megfelelő megválasztjuk, így megtudjuk a kamatláb jövőbeli eloszlásait, pl. $\mathbb{P}(r(1 \text{ év}) < 4\%) = ?$~~ **NEM**

~~A pontos eloszlásfüggvényeket nem találjuk el a modell korlátai miatt, de az eloszlásfüggvények alakját eltaláljuk.~~ **NEM**

~~A paraméterek úgy választjuk meg, hogy hisztorikus adatokhoz kalibrálunk.~~ **NEM**

~~Piaci elemzéssel állítjuk be a paramétereket.~~ **NEM**

~~Legalább igyekszünk, hogy a valódi valószínűségekhez közel legyünk.~~ **NEM**

A piacon megfigyelhető termékekhez kalibrálunk, amelyek a kockázatmentes mértéket implikálják.

Kockázatmentes mérték

Játék: Mennyit ér az a papír, ami a holnapi pénzfeldobáskor 1 millió forintot fizet a fejre?

Kockázatmentes mérték

Játék: Mennyit ér az a papír, ami a holnapi pénzfeldobáskor 1 millió forintot fizet a fejre?

- Nem többet, mint 500 ezer forint.

Kockázatmentes mérték

Játék: Mennyit ér az a papír, ami a holnapi pénzfeldobáskor 1 millió forintot fizet a fejre?

- Nem többet, mint 500 ezer forint.
- Kockázat, kevesebbet ér, mint 500 ezer forint.

Kockázatmentes mérték

Játék : Mennyit ér az a papír, ami a holnapi pénzfeldobáskor 1 millió forintot fizet a fejre?

- Nem többet, mint 500 ezer forint.
- Kockázat, kevesebbet ér, mint 500 ezer forint.

Játék : Két papír van a piacon, az egyik a fejre, a másik az írásra fizet 1 millió forintot. Utóbbiból háromszor annyit. Mennyit érnek?

Kockázatmentes mérték

Játék: Mennyit ér az a papír, ami a holnapi pénzfeldobáskor 1 millió forintot fizet a fejre?

- Nem többet, mint 500 ezer forint.
- Kockázat, kevesebbet ér, mint 500 ezer forint.

Játék: Két papír van a piacon, az egyik a fejre, a másik az írásra fizet 1 millió forintot. Utóbbiból háromszor annyit. Mennyit érnek?

- Két papír értékének összege 1 millió forint.

Kockázatmentes mérték

Játék: Mennyit ér az a papír, ami a holnapi pénzfeldobáskor 1 millió forintot fizet a fejre?

- Nem többet, mint 500 ezer forint.
- Kockázat, kevesebbet ér, mint 500 ezer forint.

Játék: Két papír van a piacon, az egyik a fejre, a másik az írásra fizet 1 millió forintot. Utóbbiból háromszor annyit. Mennyit érnek?

- Két papír értékének összege 1 millió forint.
- Fej esetén fizető papír drágább.

Kockázatmentes mérték

Játék: Mennyit ér az a papír, ami a holnapi pénzfeldobáskor 1 millió forintot fizet a fejre?

- Nem többet, mint 500 ezer forint.
- Kockázat, kevesebbet ér, mint 500 ezer forint.

Játék: Két papír van a piacon, az egyik a fejre, a másik az írásra fizet 1 millió forintot. Utóbbiból háromszor annyit. Mennyit érnek?

- Két papír értékének összege 1 millió forint.
- Fej esetén fizető papír drágább.
- Olyan, mintha nem 50-50% lenne a fej és írás valószínűsége, hanem egy másik mérték szerint vennénk várható értéket.

Black-Karasinski modell

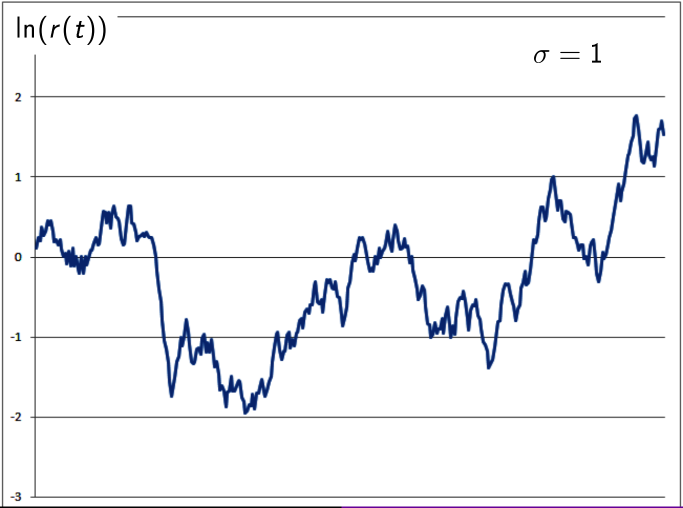
$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \Big[\theta_t - \ \alpha_t \ \ln(r(t))\Big]\mathrm{d}t + \ \sigma_t \ \mathrm{d}W_t$$

Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \left[\theta_t - \underbrace{\alpha_t}_{=0} \ln(r(t))\right]\mathrm{d}t + \underbrace{\sigma_t}_{=\sigma}\mathrm{d}W_t$$

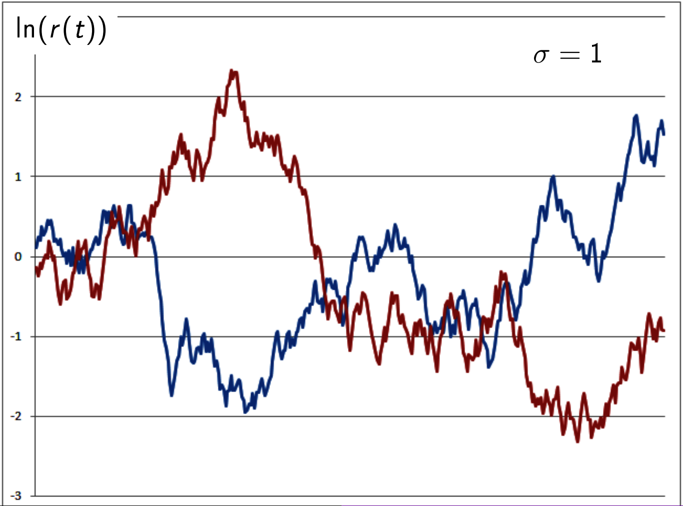
Black-Karasinski modell

$$d\ln(r(t)) = \left[\theta_t - \underbrace{\alpha_t}_{=0}\ln(r(t))\right]dt + \underbrace{\sigma_t}_{=\sigma} dW_t$$

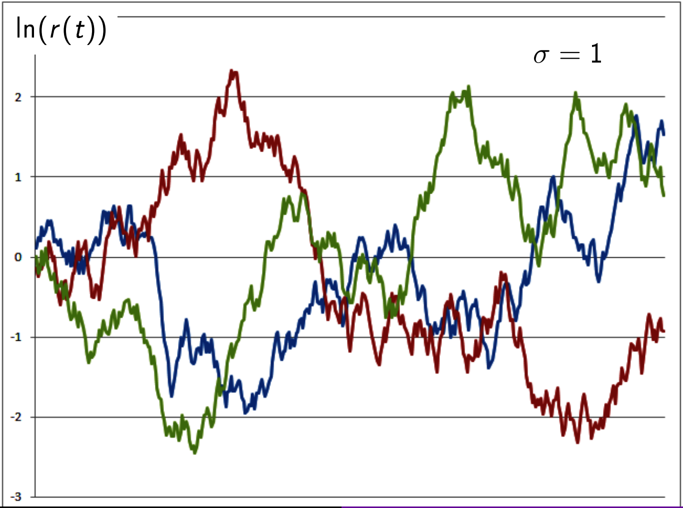


Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \left[\theta_t - \underbrace{\alpha_t}_{=0} \ln(r(t))\right]\mathrm{d}t + \underbrace{\sigma_t}_{=\sigma} \mathrm{d}W_t$$

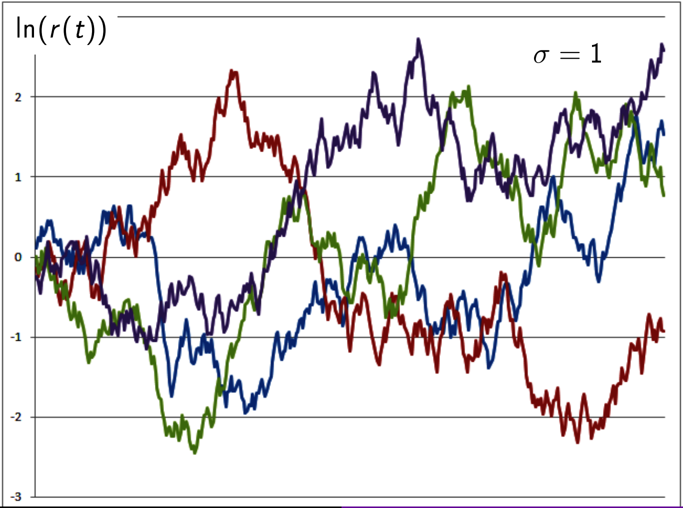


$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \Big[\theta_t - \underbrace{\alpha_t}_{=0} \ln(r(t))\Big]\mathrm{d}t + \underbrace{\sigma_t}_{=\sigma} \mathrm{d}W_t$$



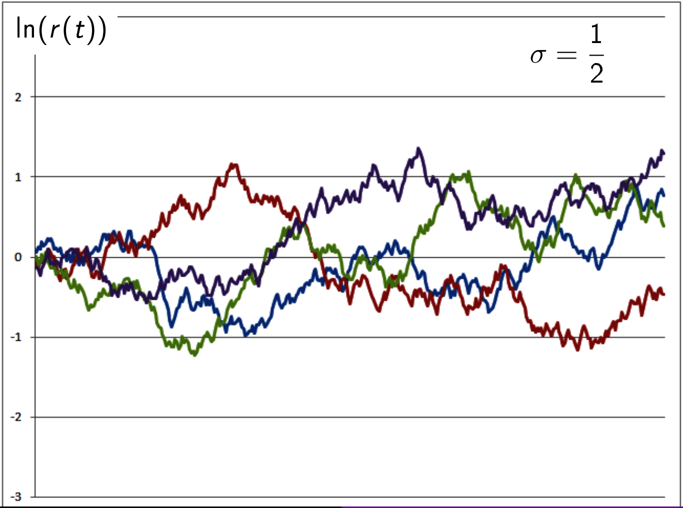
Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \left[\theta_t - \underbrace{\alpha_t}_{=0} \ln(r(t))\right]\mathrm{d}t + \underbrace{\sigma_t}_{=\sigma} \mathrm{d}W_t$$



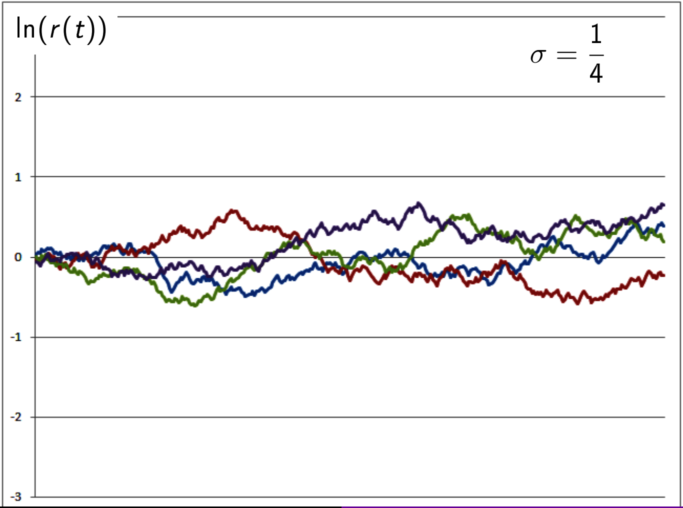
Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \left[\theta_t - \underbrace{\alpha_t}_{=0} \ln(r(t))\right]\mathrm{d}t + \underbrace{\sigma_t}_{=\sigma} \mathrm{d}W_t$$



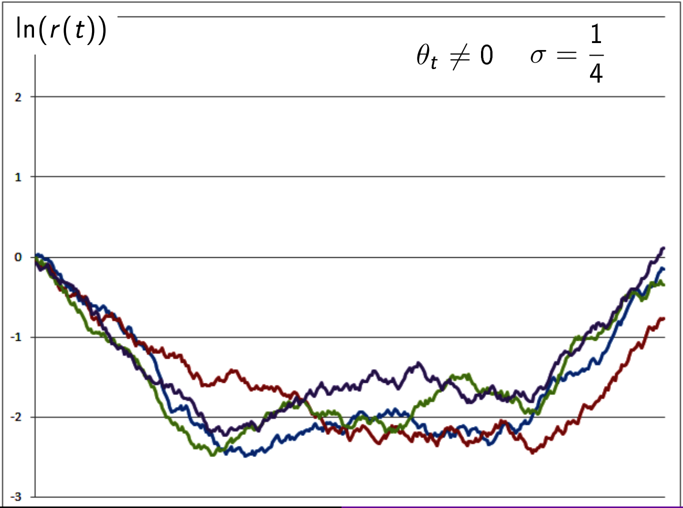
Black-Karasinski modell

$$d\ln(r(t)) = \left[\theta_t - \underbrace{\alpha_t}_{=0} \ln(r(t))\right]dt + \underbrace{\sigma_t}_{=\sigma} dW_t$$

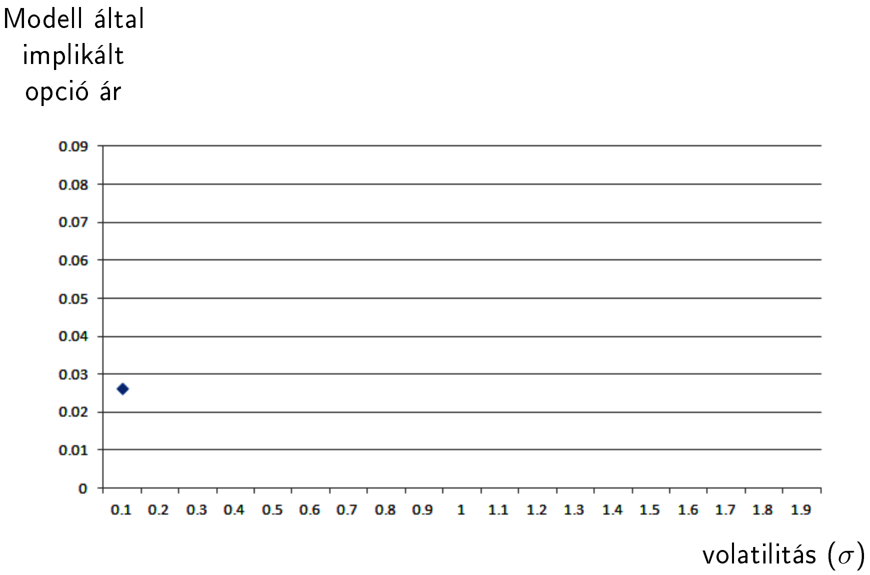


Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \Big[\theta_t - \underbrace{\alpha_t}_{=0} \ln(r(t))\Big]\mathrm{d}t + \underbrace{\sigma_t}_{=\sigma} \mathrm{d}W_t$$

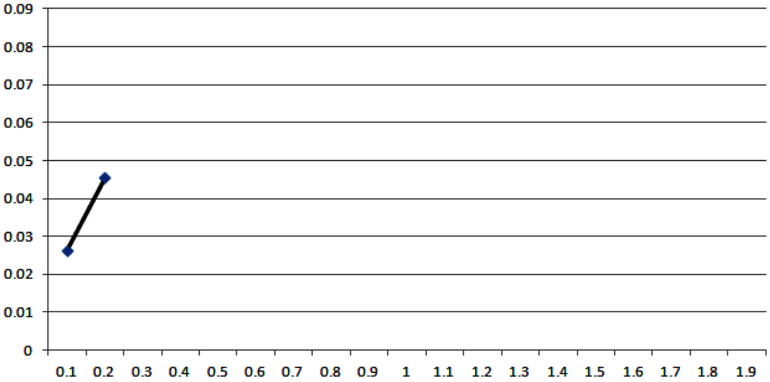


Probléma


Modell által
implikált
opció ár
0.09
0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7 1.8 1.9
volatilitás (σ)

Probléma

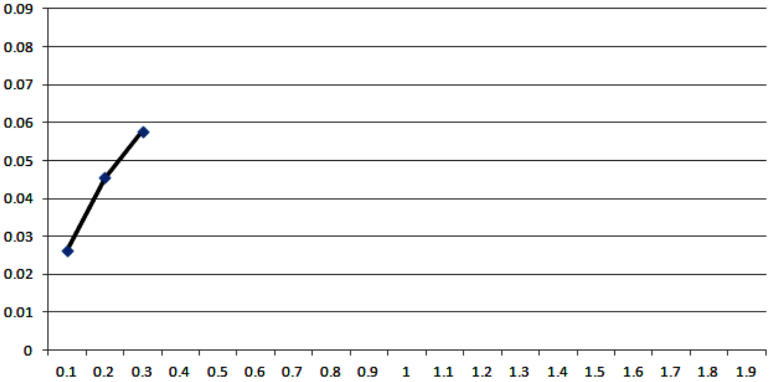
Modell által implikált opció ár



volatilitás (σ)

Probléma

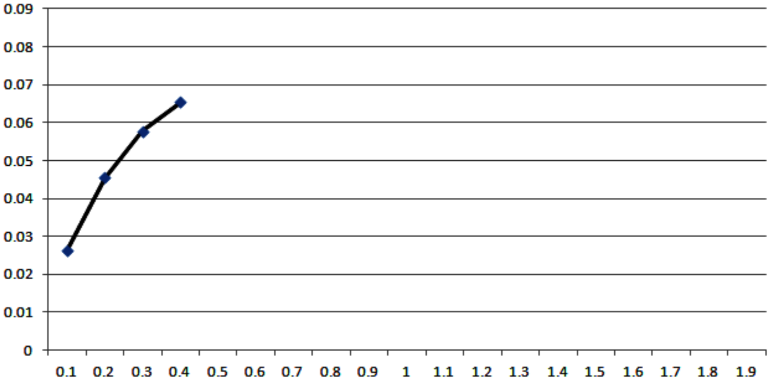
Modell által
implikált
opció ár



volatilitás (σ)

Probléma

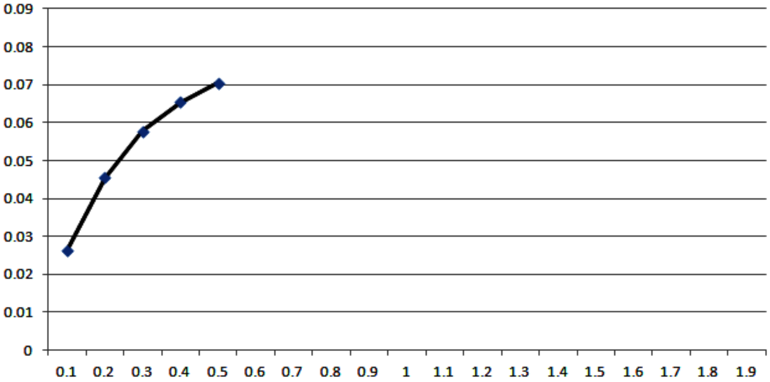
Modell által implikált opció ár



volatilitás (σ)

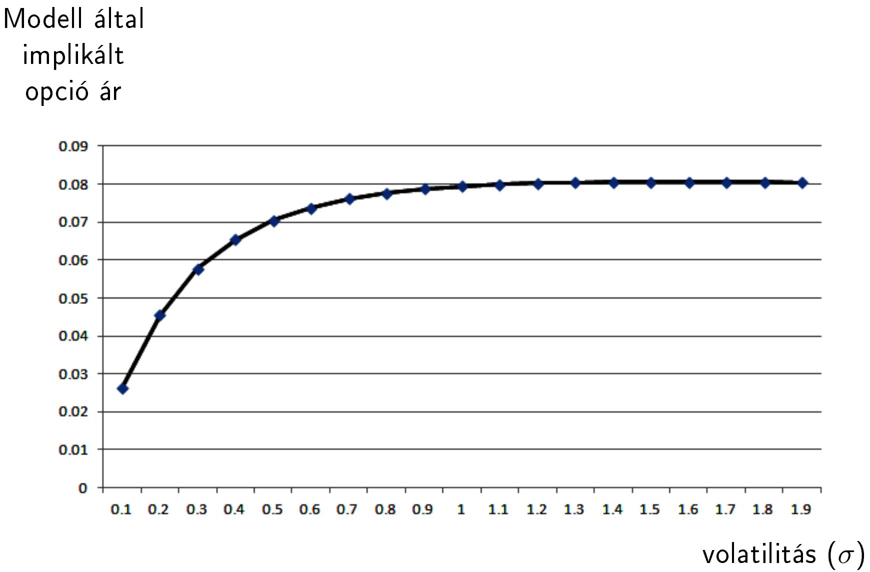
Probléma

Modell által implikált opció ár



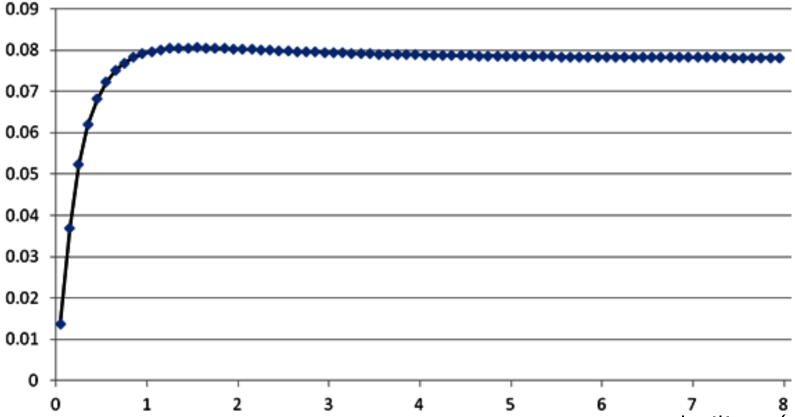
volatilitás (σ)

Probléma



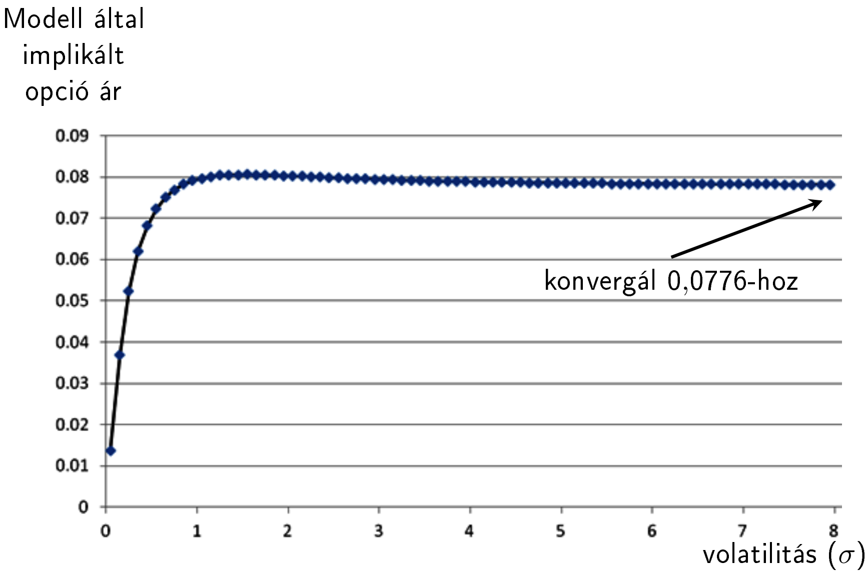
Modell által
implikált
opció ár
0.09
0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7 1.8 1.9
volatilitás (σ)

Modell által implikált opció ár



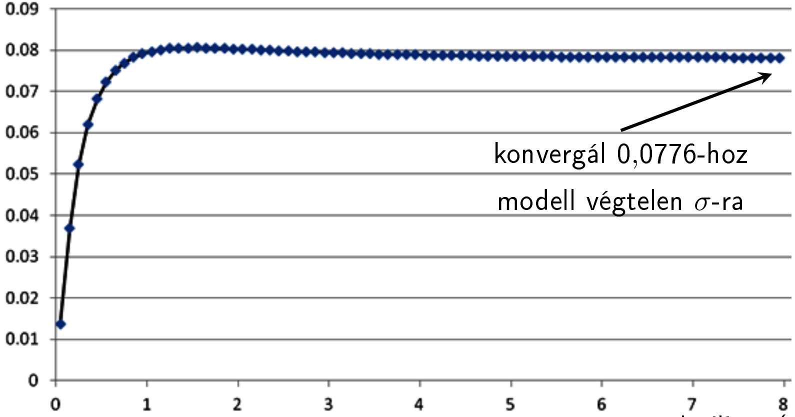
volatilitás (σ)

Probléma


Modell által
implikált
opció ár
0.09
0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
0
1
2
3
4
5
6
7
8
konvergál 0,0776-hoz
volatilitás (σ)

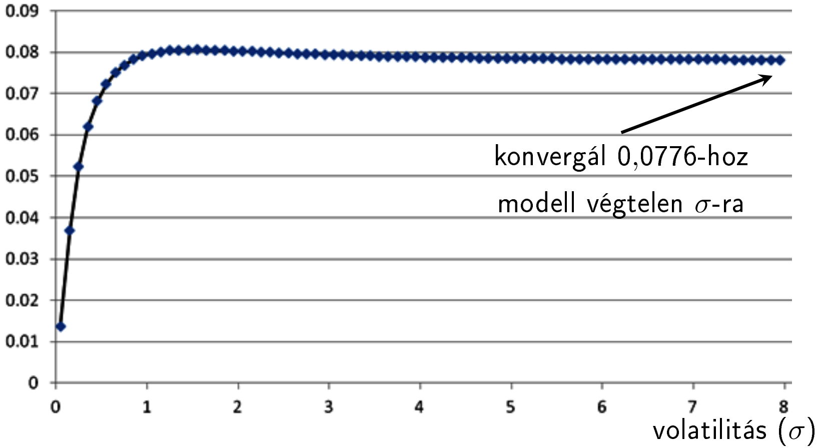
Probléma

Modell által implikált opció ár

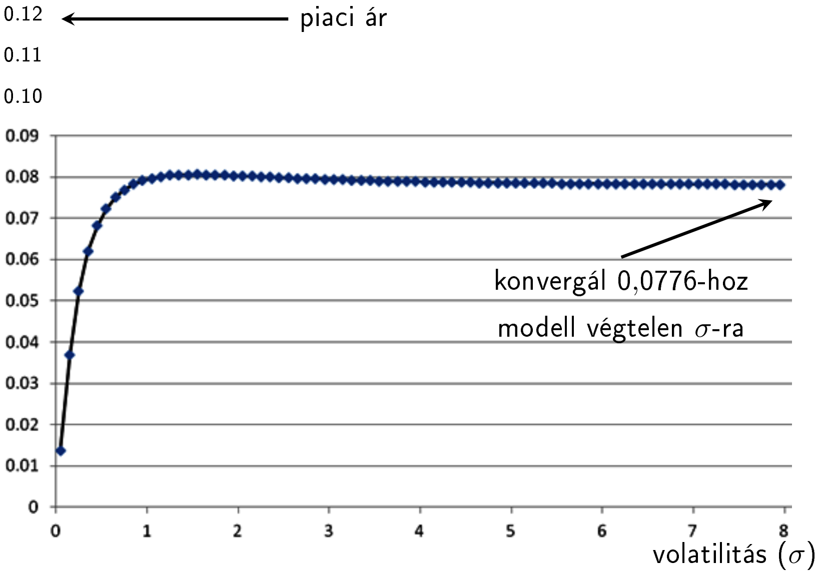


volatilitás (σ)

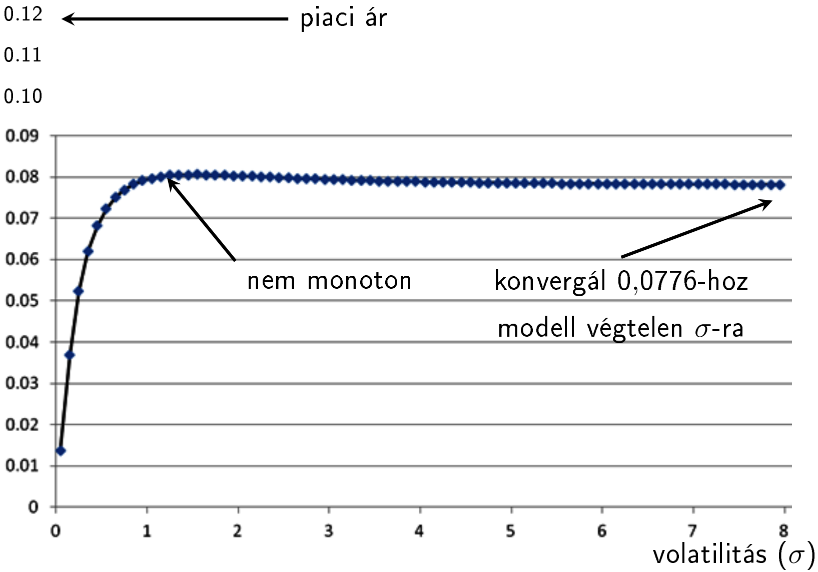
Probléma


0.09
0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
0
1
2
3
4
5
6
7
8
konvergál 0,0776-hoz
modell végtelen σ-ra
volatilitás (σ)

Probléma


0.12
piaci ár
0.11
0.10
0.09
0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
konvergál 0,0776-hoz
modell végtelen σ-ra
0
1
2
3
4
5
6
7
8
volatilitás (σ)

Probléma



0.12
piaci ár
0.11
0.10
0.09
0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
nem monoton
konvergál 0,0776-hoz
modell végtelen σ-ra
0
1
2
3
4
5
6
7
8
volatilitás (σ)

Kalibráció lépései

- Rögzítjük σ-t

Kalibráció lépései

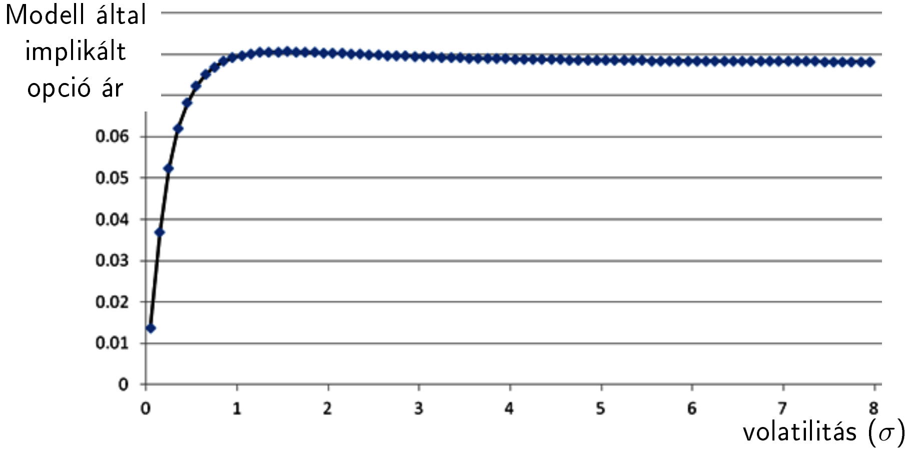
- Rögzítjük σ-t
- θ_t segítségével a piacon lévő diszkont görbét eltaláljuk

Kalibráció lépései

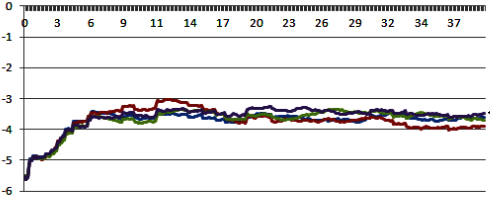
- Rögzítjük σ-t
- θ_t segítségével a piacon lévő diszkont görbét eltaláljuk
- kiszámoljuk az opció árát

Kalibráció lépései

- Rögzítjük σ-t
- θ_t segítségével a piacon lévő diszkont görbét eltaláljuk
- kiszámoljuk az opció árát

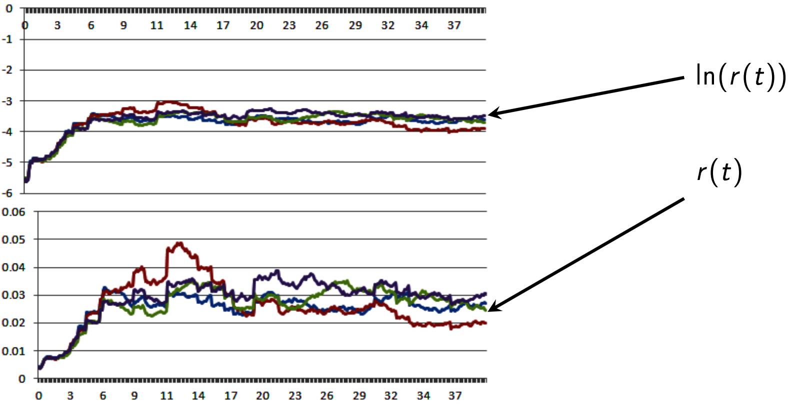


$\sigma = 0.05$



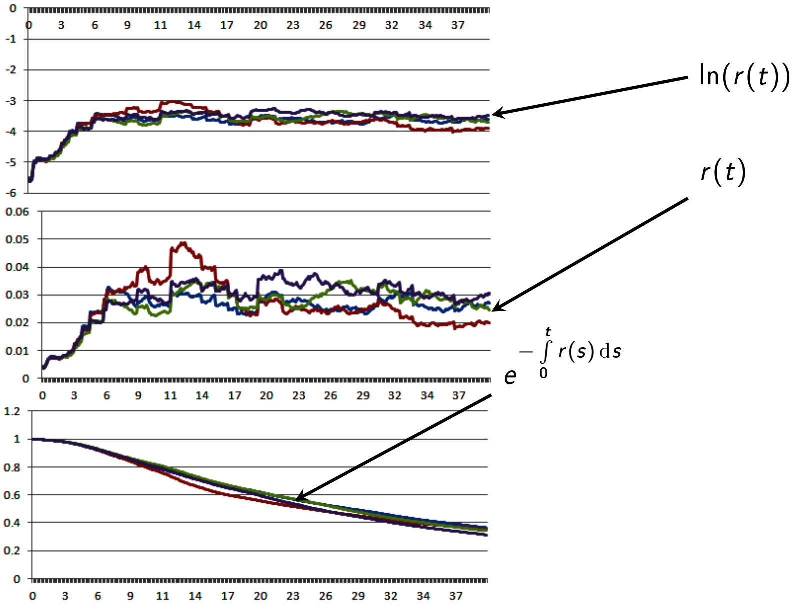
$\ln(r(t))$

$\sigma = 0.05$

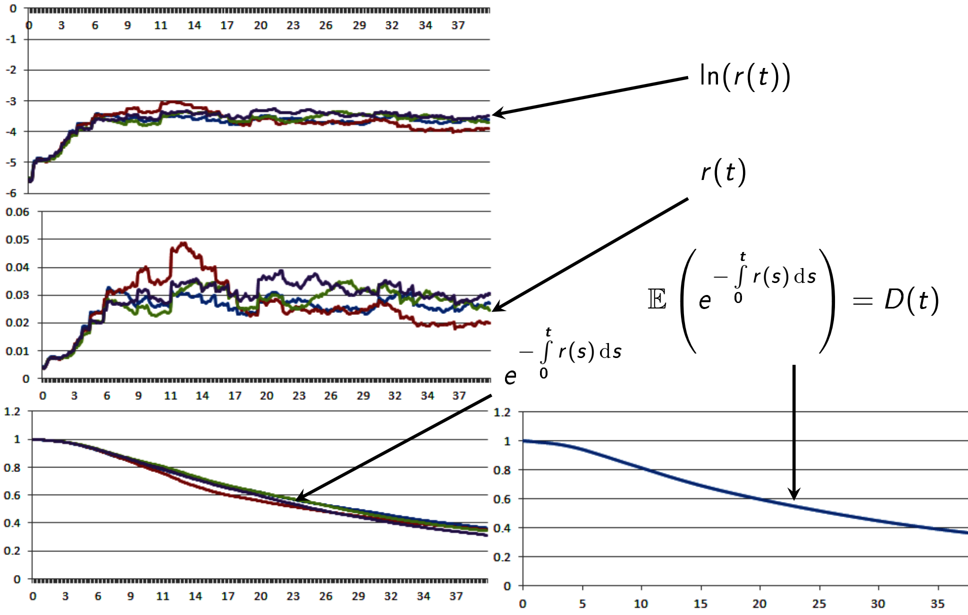


0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
0 3 6 9 11 14 17 20 23 26 29 32 34 37
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
0 3 6 9 11 14 17 20 23 26 29 32 34 37
$\ln(r(t))$
$r(t)$

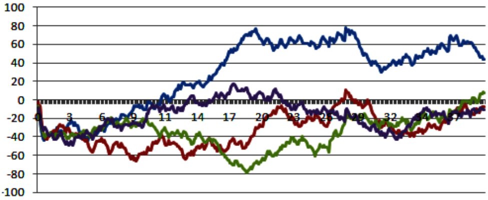
$\sigma = 0.05$


0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
0 3 6 9 11 14 17 20 23 26 29 32 34 37
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
0 3 6 9 11 14 17 20 23 26 29 32 34 37
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0 3 6 9 11 14 17 20 23 26 29 32 34 37
$\ln(r(t))$
$r(t)$
$e^{-\int_0^t r(s)\,\mathrm{d}s}$

$\sigma = 0.05$

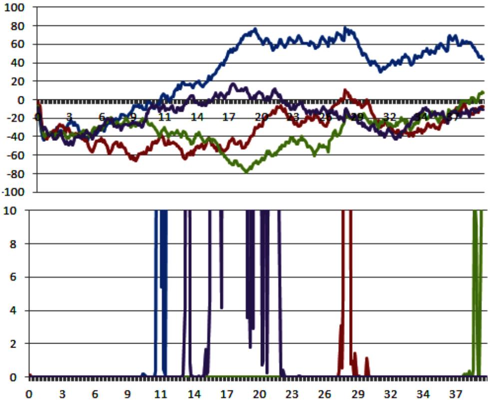

$\ln(r(t))$
$r(t)$
$\mathbb{E}\left(e^{-\int_0^t r(s)\,\mathrm{d}s}\right) = D(t)$
$e^{-\int_0^t r(s)\,\mathrm{d}s}$

$\sigma = 8$



$\ln(r(t))$

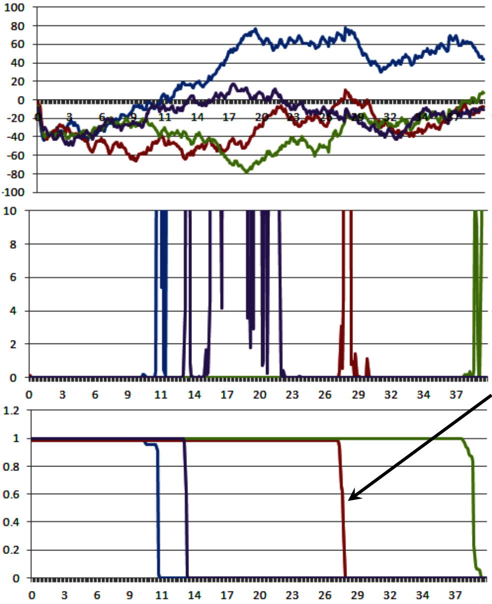
$\sigma = 8$



$\ln(r(t))$

$r(t)$

$\sigma = 8$

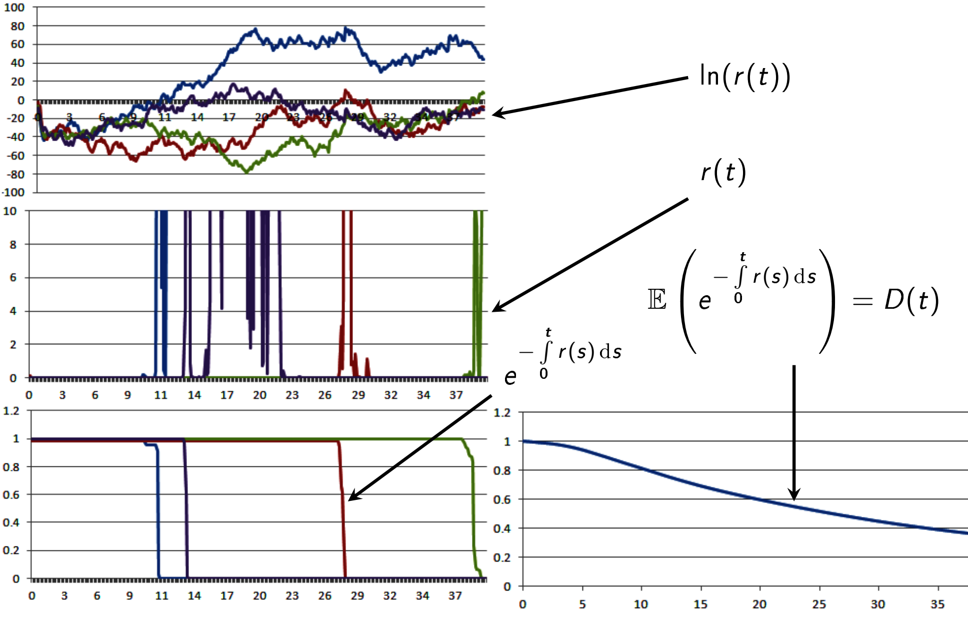


$\ln(r(t))$

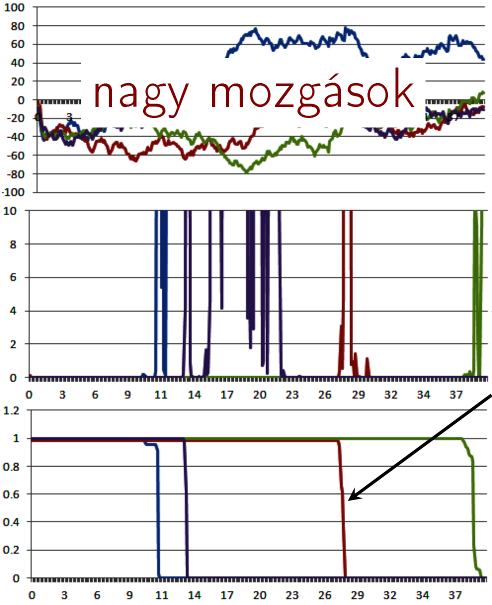
$r(t)$

$e^{-\int_0^t r(s)\,\mathrm{d}s}$

$\sigma = 8$


$\ln(r(t))$
$r(t)$
$e^{-\int_0^t r(s)\,\mathrm{d}s}$
$\mathbb{E}\left(e^{-\int_0^t r(s)\,\mathrm{d}s}\right) = D(t)$

$\sigma = 8$

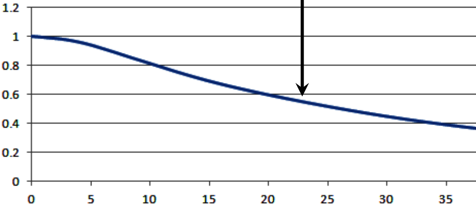


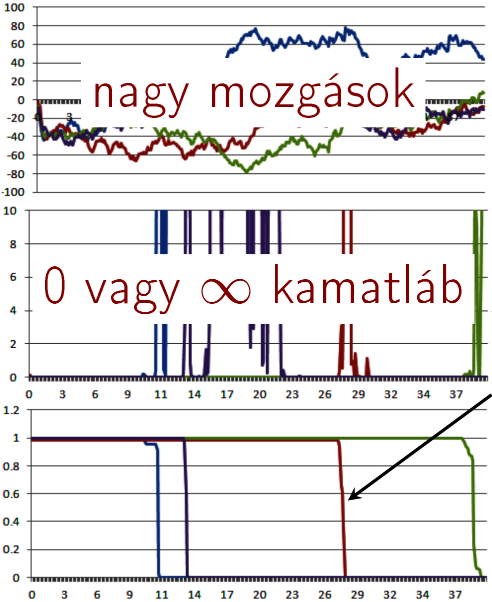
$\ln(r(t))$

$r(t)$

$$\mathbb{E}\left(e^{-\int_0^t r(s)\,\mathrm{d}s}\right) = D(t)$$

$$e^{-\int_0^t r(s)\,\mathrm{d}s}$$



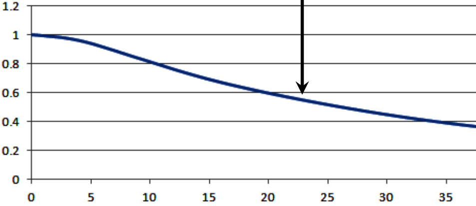


$\ln(r(t))$

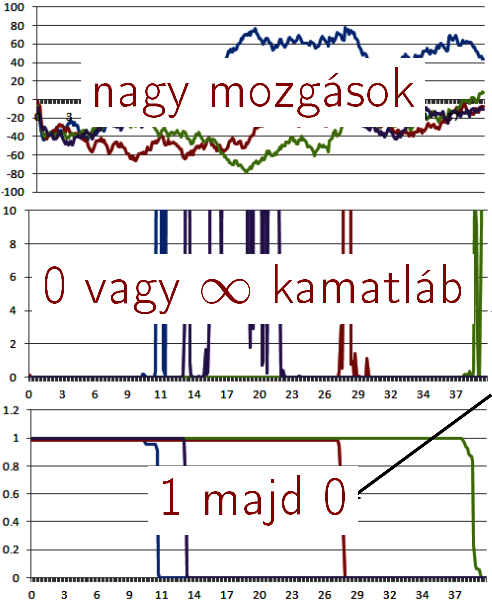
$r(t)$

$e^{-\int_0^t r(s)\,\mathrm{d}s}$

$$\mathbb{E}\left(e^{-\int_0^t r(s)\,\mathrm{d}s}\right) = D(t)$$



$\sigma = 8$

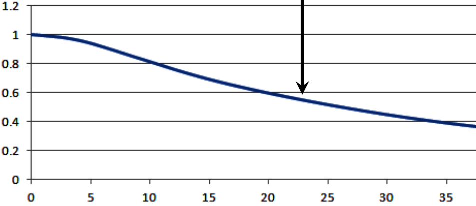


$\ln(r(t))$

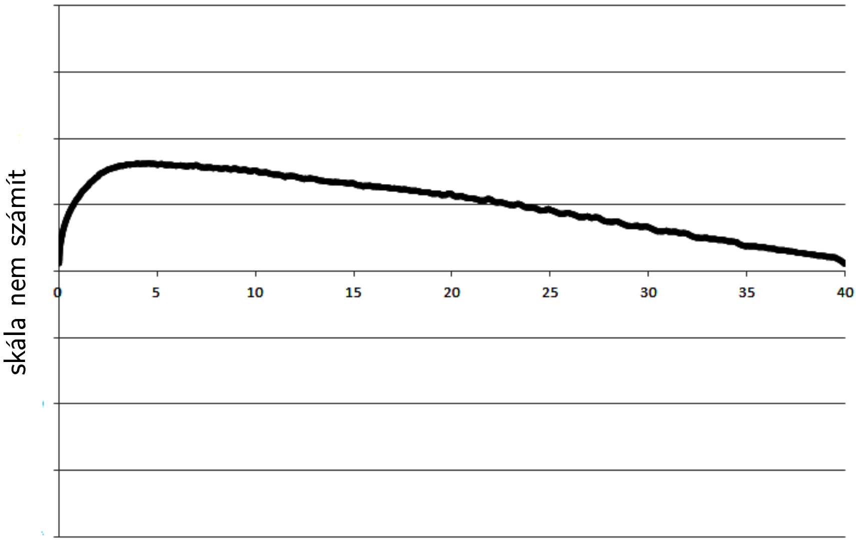
$r(t)$

$$\mathbb{E}\left(e^{-\int_0^t r(s)\,\mathrm{d}s}\right) = D(t)$$

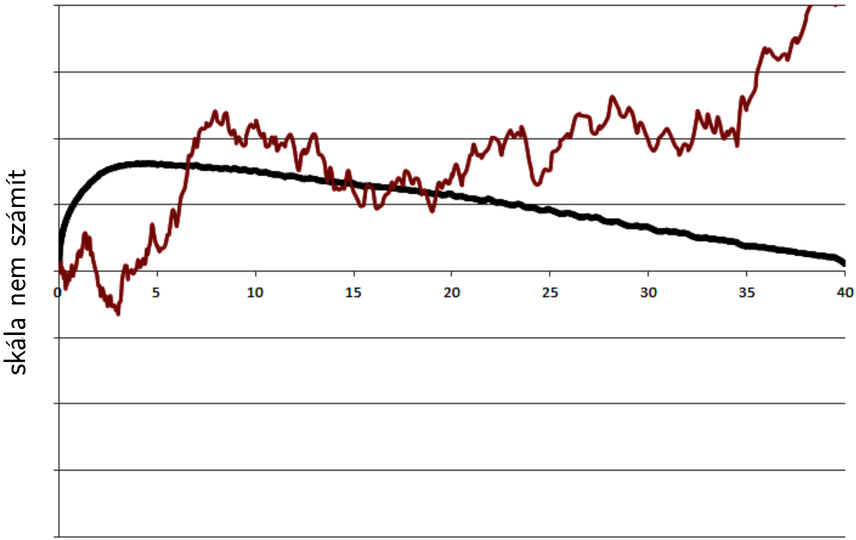
$$e^{-\int_0^t r(s)\,\mathrm{d}s}$$



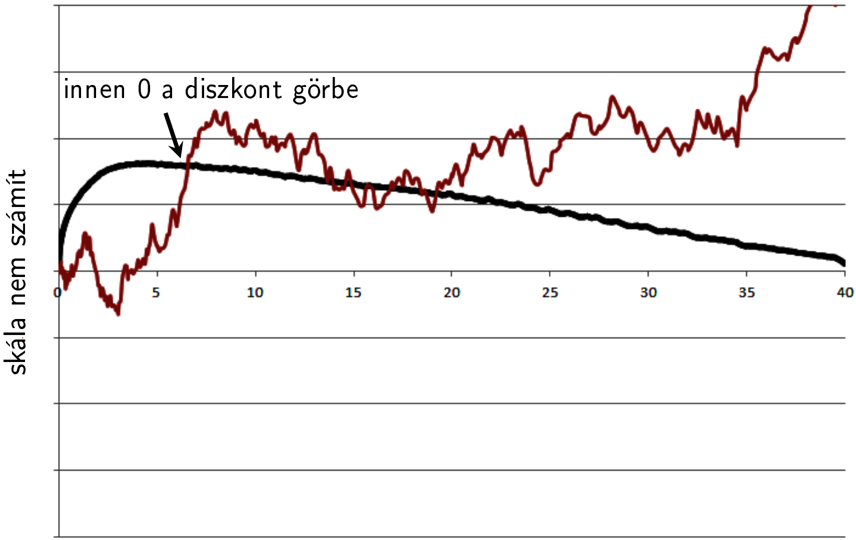
Modell $\sigma = \infty$ esetre



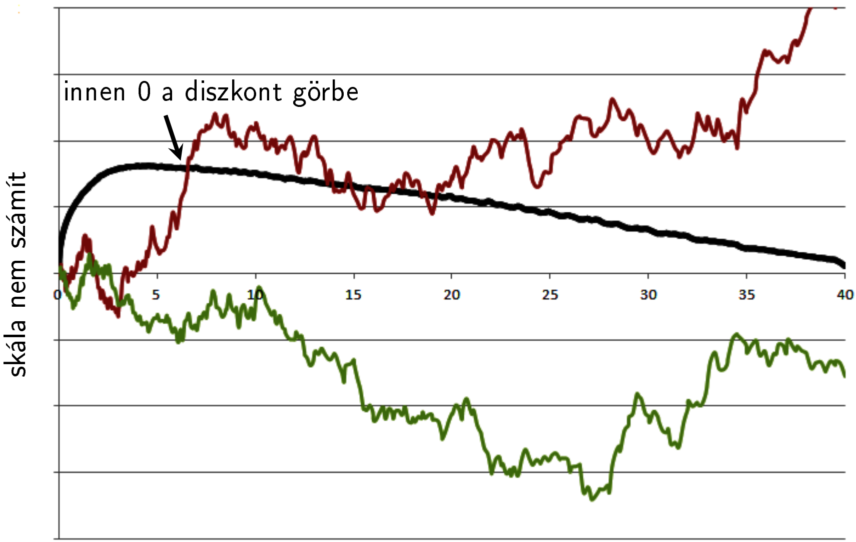
Modell $\sigma = \infty$ esetre



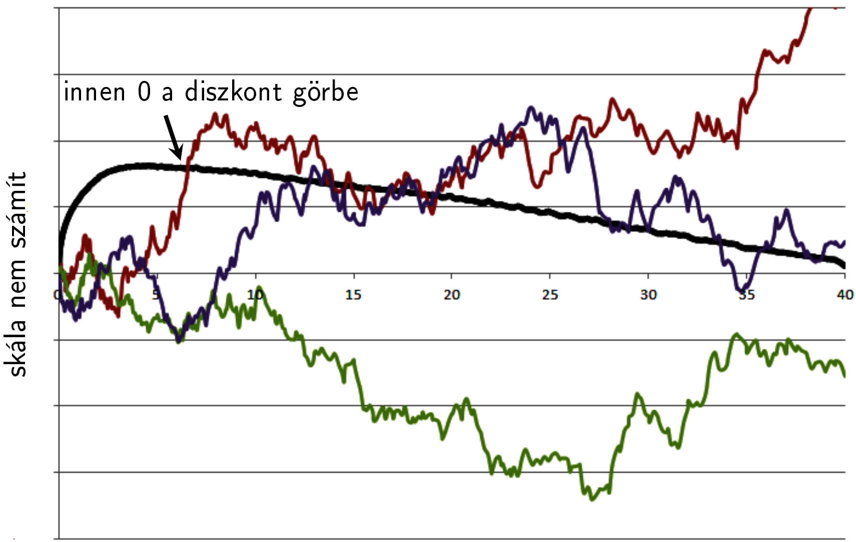
Modell $\sigma = \infty$ esetre



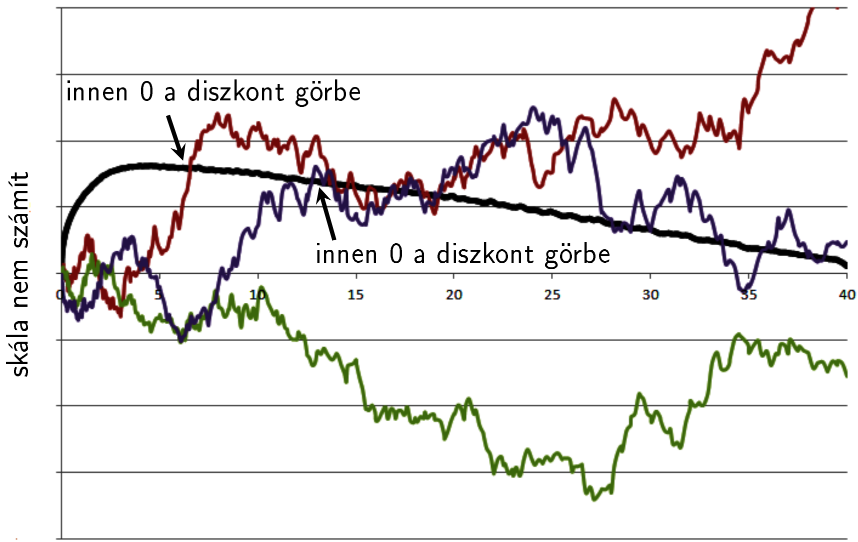
Modell $\sigma = \infty$ esetre



Modell $\sigma = \infty$ esetre

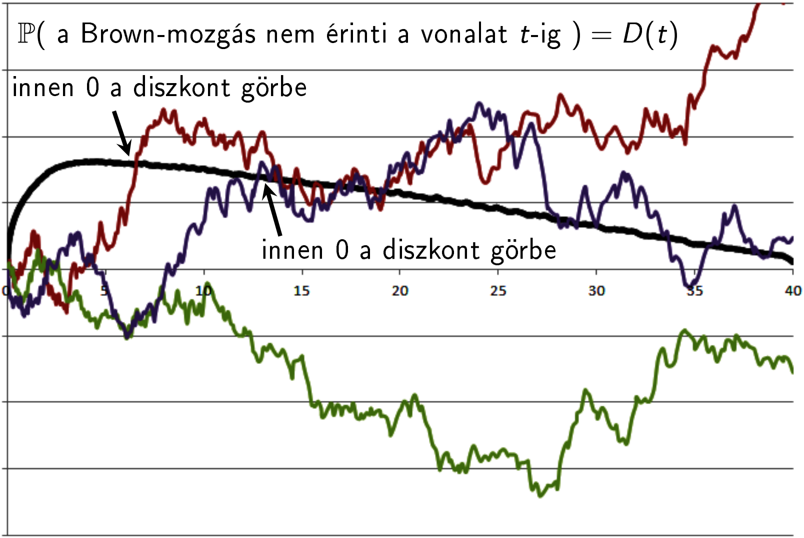


Modell $\sigma = \infty$ esetre



Modell $\sigma = \infty$ esetre

skála nem számít



Modell $\sigma = \infty$ esetre

Black-Karasinski modell

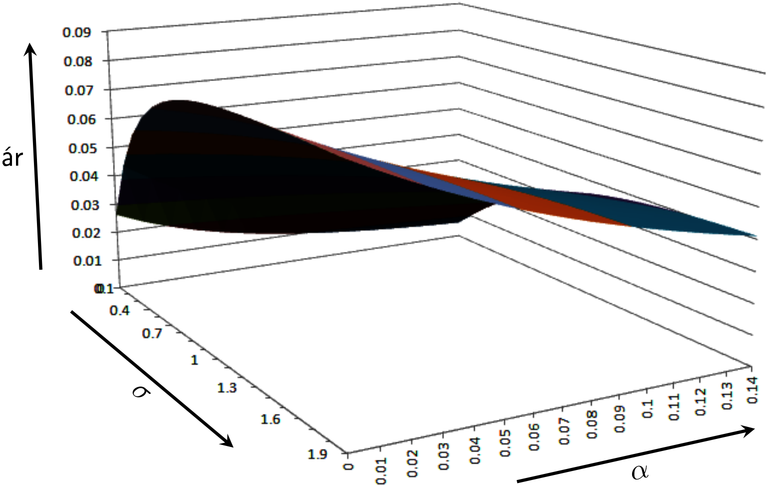
$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \Big[\theta_t - \underbrace{\alpha_t}_{=0} \ln(r(t))\Big]\mathrm{d}t + \underbrace{\sigma_t}_{=\sigma} \mathrm{d}W_t$$

Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \Big[\theta_t - \underbrace{\alpha_t}_{=\alpha} \ln(r(t))\Big]\mathrm{d}t + \underbrace{\sigma_t}_{=\sigma}\mathrm{d}W_t$$

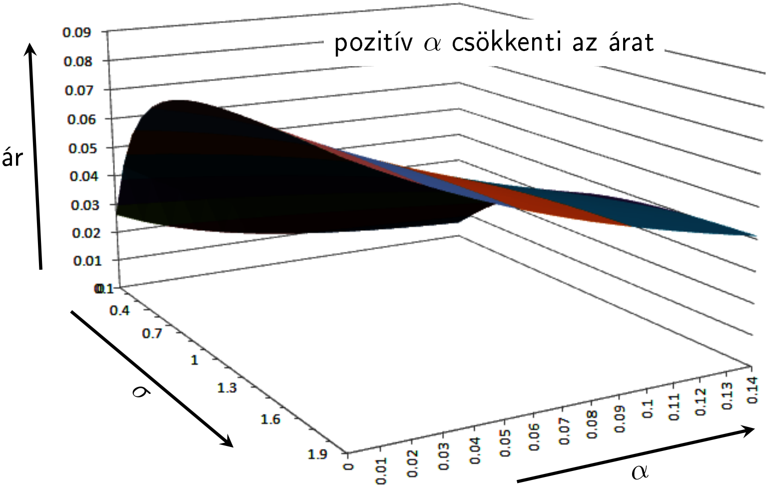
Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \Big[\theta_t - \underbrace{\alpha_t}_{=\alpha} \ln(r(t))\Big]\mathrm{d}t + \underbrace{\sigma_t}_{=\sigma} \mathrm{d}W_t$$



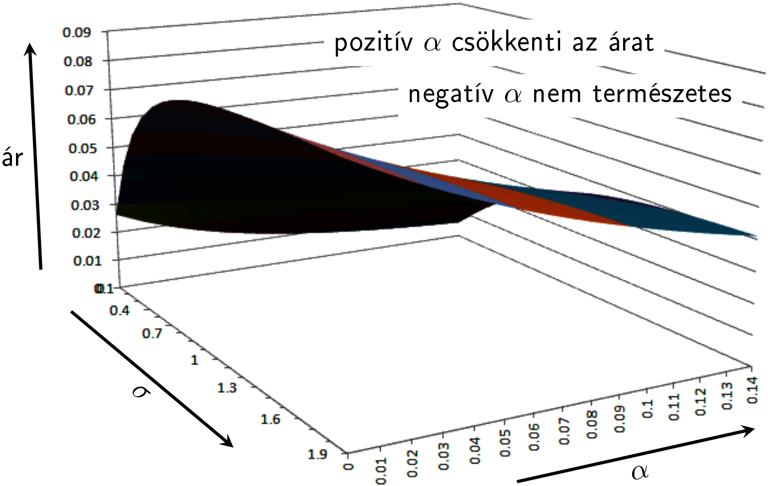
Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \left[\theta_t - \underbrace{\alpha_t}_{=\alpha} \ln(r(t))\right]\mathrm{d}t + \underbrace{\sigma_t}_{=\sigma}\mathrm{d}W_t$$



Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \Big[\theta_t - \underbrace{\alpha_t}_{=\alpha} \ln(r(t))\Big]\mathrm{d}t + \underbrace{\sigma_t}_{=\sigma} \mathrm{d}W_t$$



Black-Karasinski modell

$$\mathrm{d}\ln(r(t)) = \Big[\theta_t - \underbrace{\alpha_t}_{=\alpha}\ln(r(t))\Big]\mathrm{d}t + \underbrace{\sigma_t}_{\neq\sigma}\mathrm{d}W_t$$

Nagyobb árat úgy érhetünk el, ha:

- σ_t függ az időtől,
- opció kezdete előtt legyen nagy, majd kicsi.

Köszönöm a figyelmet

Köszönöm a figyelmet